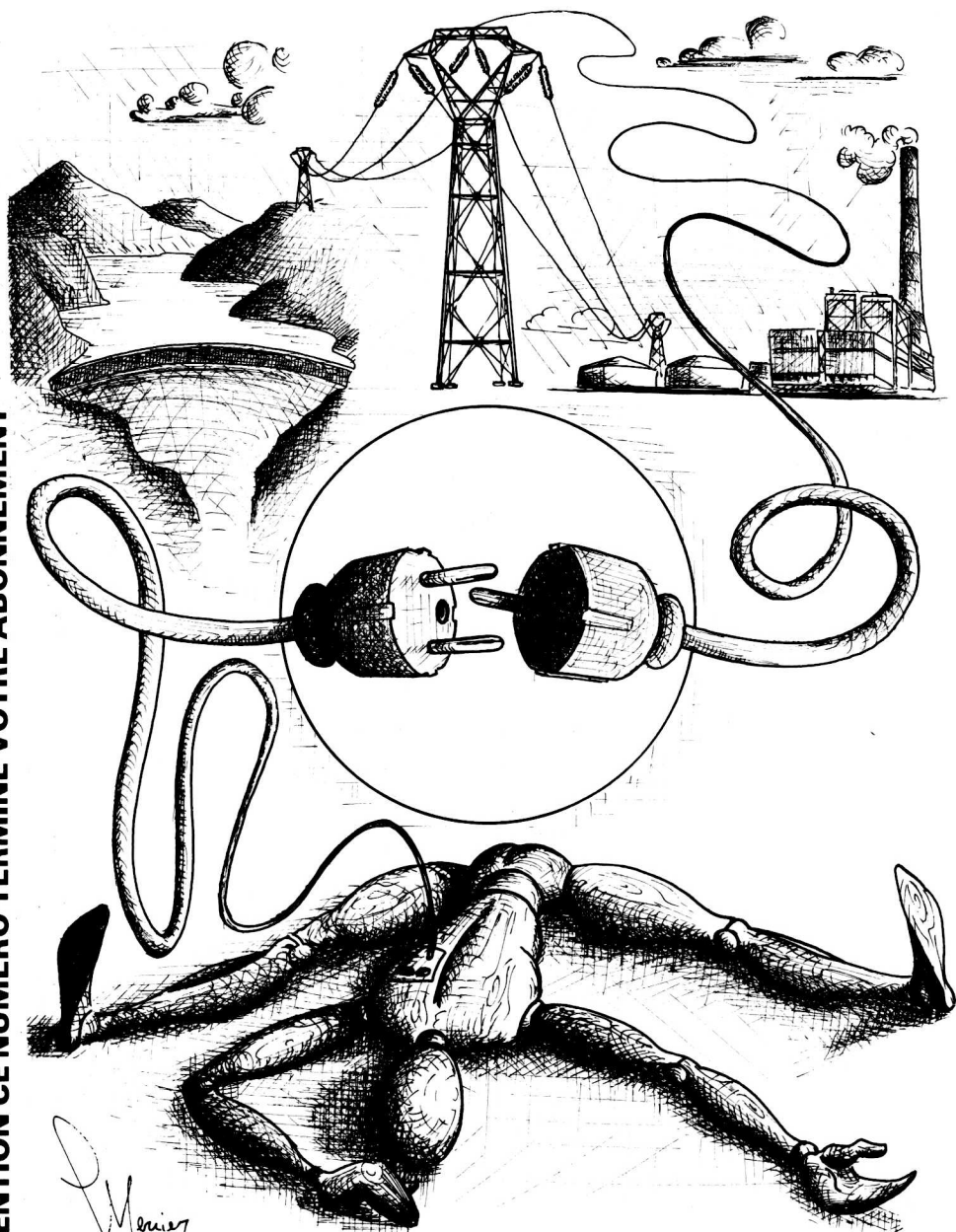


le petit

















# archimède





ATTENTION CE NUMERO TERMINE VOTRE ABONNEMENT



**DÉCEMBRE 1981 - PA 79-80**  
10 numéros par an

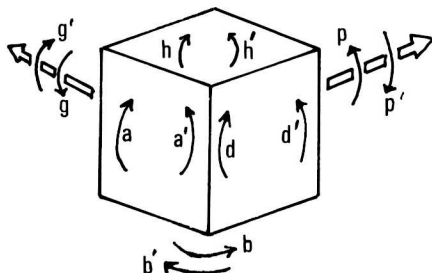
# SOMMAIRE

	Le cube hongrois dans votre poche .....	3
	Algorithmique et raisonnement logique .....	5
	L'I.L.F. du P.A. ....	10
	P.A. a lu vu entendu .....	16
	L'I.L.F. du P.A. (fin) .....	21
	Comment mieux connaître le nombre $\pi$ .....	22
	P.A. Jeux ; le HEXAKO .....	23
	Boîte de dominos (suite 2) .....	26
	Jeu de dames .....	27
	Quand Sherlock Holmes joue aux échecs .....	29
	Les neuf facteurs .....	32
	Les opérations croisées .....	39
	Les échecs - solution .....	40
	Loups, moutons et serpents .....	41
	Le capitaine qui louche .....	41
	Les Pb du PA .....	42
	Pour mieux connaître le nombre Pi ? .....	46
	UN RAPPEL CAPITAL .....	46

Nos conventions :  pour les «petits»  facile  
 difficulté moyenne  pour les grands

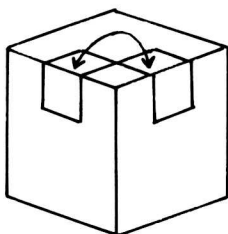
Patrick Mercier, élève du Collège Gaétan Denain de Compiègne nous fournit pour la deuxième fois cette année (voir PA 73-74) notre dessin de couverture. L'excellente suite d'articles de notre ami Gérard Rumèbe (Petite histoire de l'électricité) qui s'est arrêtée avec le numéro 78 de P.A. a engagé notre jeune lecteur à nous fournir ce dessin. Bravo ! Et que ce merveilleux exemple soit incitateur d'autres audaces..

# LE CUBE HONGROIS DANS VOTRE POCHE



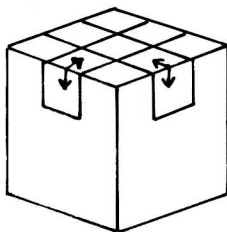
## I cubes-arêtes

1 - les placer : échange



$p'h'phgh'g'$

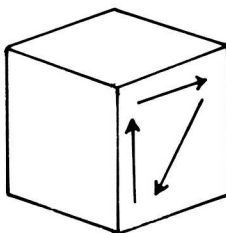
2 - les orienter : pivotement



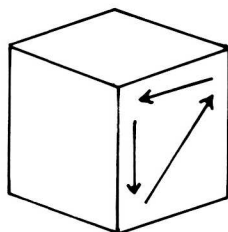
$d'ada' ha'h'a$

## II Cubes sommets

1 - les placer : permuter par trois

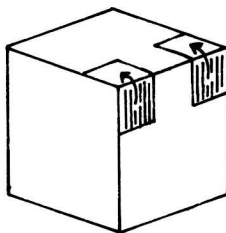


$a'dpd' adp'd'$

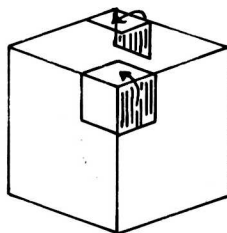


$dpd'a' dp'd'a$

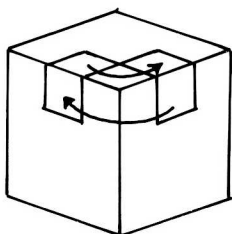
2 - les orienter : remonter le gris



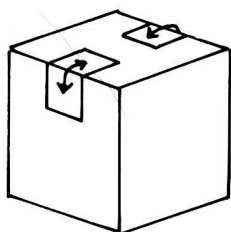
$ghg'h'a'g'ad'a'gahgh'g'd$



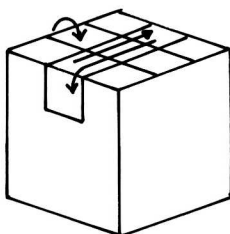
$p'ghg'h'a'g'ad'a'gahgh'g'dp$



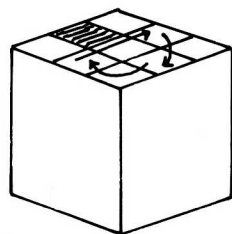
$dh^2d'h'dh^2g'hd'h'g$



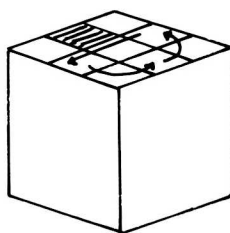
$h'ad'ha'dg' \quad hp'dh'pdg$



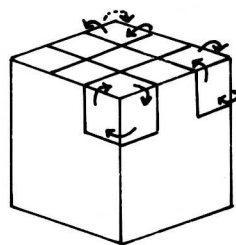
$dhd'a'h^2adh'd'h'$



$h^2d'h^2dhd'h'd$



$d'h'dh'd'h^2dh^2$



$h^2(ga'g^2a)^2h^2pgp'g'$

(Pour en savoir plus, voir Deledicq : Le cube (mode d'emploi) à la Cedic ou Warusfel : Pour réussir le Rubik's cube (Hachette)).

Ces mouvements font gagner du temps

«Petit Archimède»  
61, rue St Fuscien  
80000 AMIENS









On dispose des jetons sur un damier rectangulaire. Deux joueurs enlèvent à tour de rôle les jetons de la manière suivante. Un jeton quelconque étant choisi par le joueur qui a le trait, celui-ci doit supprimer tous les jetons qui se trouvent dans le quadrant Nord-Est limité par le jeton choisi (voir figure) et ainsi de suite. Le perdant est celui qui prend le poison (jeton situé dans le coin Sud-Ouest).



Pour essayer de trouver un algorithme de gain, on va ici procéder en **remontant** le jeu : nous progresserons de la fin vers le début. C'est une façon d'étudier que l'on retrouve très souvent en algorithmique, et dont un bon exemple a été donné par le jeu des touches voisines (ARL 66-2, solution dans ARL 71). Ici nous étudierons les positions avec 1 pion, puis 2, puis 3, etc...


Nous appellerons position perdante une position en face de laquelle, quoi que nous fassions, nous sommes sûrs de perdre (contre quelqu'un qui connaît la méthode, of course). Il faut donc s'efforcer de laisser à son adversaire une position perdante.

Avec 1 pion, la seule position est  qui est évidemment perdante

Avec 2 pions, 2 positions possibles :  et  qui peuvent chacune se ramener à  en 1 coup. Il n'existe donc pas de position perdante à 2 pions.



Avec 3 pions, 3 positions



  $\rightarrow$    $\Rightarrow$  gagnant



  $\rightarrow$  ne peut se ramener à aucune position perdante en un coup.  
 $\Rightarrow$  position perdante

  $\rightarrow$    $\Rightarrow$  gagnant

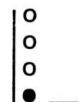

Avec 4 pions, 5 positions

  $\rightarrow$    $\Rightarrow$  gagnant

  $\rightarrow$    $\Rightarrow$  gagnant

  $\rightarrow$    $\Rightarrow$  gagnant

  $\rightarrow$    $\Rightarrow$  gagnant

  $\rightarrow$    $\Rightarrow$  gagnant

Il n'existe donc pas de position perdante à 4 pions. Etc... En examinant ainsi systématiquement chacune des positions possibles pour  $n$  pions, on étudie si elles peuvent se ramener en 1 coup à des positions perdantes déjà trouvées de  $n'$  pions ( $n' < n$ ).

Si oui  $\rightarrow$  position gagnante

Si non  $\rightarrow$  position perdante

En allant ainsi jusqu'à  $n = 12$ , on obtient le tableau ci-joint.

Nbre de pions	positions perdantes				
1	o				
2	aucune				
3	o  oo				
4	aucune				
5	oo  ooo	o  o  ooo	o  oo  oo		
6	aucune				
7	ooo  oooo	o  o  o  oooo	o  oo  oo  oo		
8	oo  oo  oooo	o  o  ooo  ooo			
9	oooo  ooooo	o  o  oo  ooooo	o  o  o  ooo  ooooo	o  oo  oo  oo  oo	
10	oo  ooo  ooooo	o  o  oo  ooo  ooo			
11	ooooo  oooooo	o  o  o  o  oooooo	o  oo  oo  oo  oo  oo		
12	oo  ooo  ooooo	ooo  ooo  ooooo	o  o  o  ooo  ooooo	oo  oo  oo  ooooo	o  o  oo  oo  ooooo
	o  o  o  o  ooo  ooooo	o  o  o  oo  oo  ooooo	o  o  o  o  ooo  ooooo	o  o  o  ooo  ooo  ooo	o  o  oo  oo  ooo  ooo

Jusqu'à maintenant nous ne nous sommes pas préoccupés de dimensions initiales de départ, qui sont d'ailleurs tout à fait arbitraires.

Si l'on applique la position de départ de 6 x 4 d'ARL 75, et si l'on extrait du tableau les positions perdantes incluses dans ces dimensions, on peut affirmer :

Le premier joueur est assuré de gagner s'il joue :

```

oo
oo
oo
ooooo

```

Il pourra toujours par la suite ramener le jeu, quels que soient les coups de l'adversaire, à au moins une des huit positions suivantes :

```

o      oo      oo      o
o      oo      oo      o
oo     oo      oo      o
ooooo  oooo   oo      oooo
 1      2      3      4

o      o      oo      o
oo     o      oo      oo
oo     ooo   ooo      oo
 5      6      7      8

```

Jusqu'à la fatidique position o

Si l'on numérote le tableau de la façon suivante :

```

4 | o o o o o
3 | o o o o o
2 | o o o o o
1 | o o o o o
  | A B C D E F

```

Le coup suivant sera donc C2.

Nommons 1 le joueur qui commence (et qui connaît la méthode) et 2 son adversaire. Voici ce que pourrait donner une partie :

1 : C2  
 2 : F1  
 1 : B3 (position 1)  
 2 : D1  
 1 : A3 (position 7)  
 2 : A2  
 1 : B1 (o)  
 2 : obligé de prendre le poison !

Mais, me direz-vous, si celui qui connaît la méthode ne joue pas en premier, est-ce qu'il peut par la suite rattraper la situation ?

La réponse est oui, et il est facile de construire le tableau suivant :

4	D2	C1	C2	C2	C2	C2
3	F2	D1	C2 ou E1	C2	C2	C2
2	B1	E1	désespéré!	C2 ou A4	C2	C2 ou A3
1	Fin!	A2	B4	B3	B2	C3
	A	B	C	D	E	F

Comment utiliser ce tableau ? Supposons qu'au premier coup, l'adversaire joue en B3, c'est-à-dire qu'il vous laissera la position :

```

o
o
ooooo
ooooo

```

Alors en lisant le tableau ci-dessus, vous pourrez rattraper la situation en jouant D1. Vous laisserez ainsi à votre malheureux adversaire la position perdante :

```

o
o
ooo
ooo

```

Et vous aurez ainsi repris l'affaire en main, puisque vous pourrez maintenant l'amener à o !

Si l'on analyse le tableau, on se rend compte que le seul coup imparable est C2, ce qui prouve bien que ce coup est **le seul** qui assure le gain au premier joueur.

Face à un joueur inexpérimenté, on peut donc s'offrir le luxe de le laisser commencer, car la probabilité pour qu'il joue C2 est très faible : elle est de l'ordre de 1/24. Elle est en fait supérieure, car si votre adversaire commence par A1, doutez de ses capacités de réflexion !

## Compléments ARL 71-2

Dans ARL 77 ont été publiées les solutions S1, S2, S3 et S4 à ce problème. Je suis en mesure de vous indiquer S5 et S6 qui sont :

$S5 = \{1, 4150, 4151, 54748, 92727, 93084, 194979\}$

$S6 = \{1, 548834\}$

Ainsi 548834 est **le seul** nombre (hormis 1, qui est une solution triviale) qui est égal à la somme de ses chiffres, élevés à la puissance 6 :

$$548834 = 5^6 + 4^6 + 8^6 + 8^6 + 3^6 + 4^6$$

Celui qui pourra m'indiquer S7 (ou pourquoi pas S8) aura bien sûr l'honneur de cette rubrique !

Envoyez votre courrier concernant cette rubrique à :

Christian BOYER  
Le Petit Archimède ARL  
61, rue St Fuscien  
80000 AMIENS

Il est attendu avec intérêt et sera lu avec attention.



## LA SYNTAXE EXISTE-T-ELLE ? \*

On l'enseigne à l'école, mais qu'est-ce que cela prouve ?

Contestataire\*\* avant l'heure, Tesnière exigeait, comme Saint Thomas, un théorème d'existence pour croire. Il le trouva dans l'énoncé dépourvu de sens, mais apparemment bien tourné :

**Le silence vertébral indispose la voie licite**, fabriqué à partir de la phrase :

**Le signal vert indique la voie libre** — qui, elle, a un sens raisonnable — en remplaçant les mots chargés de sens par les mots de la même espèce qui les suivent immédiatement par ordre alphabétique dans le dictionnaire.

Et, en effet, pourquoi la première suite, toute insensée qu'elle est, possède-t-elle une allure de phrase, alors que la suite hétéroclite :

**signal de la libre vert voie indique** ne la possède pas ?

— C'est qu'apparemment la pre-

---

\* Suite au P.A. N° 71-72, p. 15 et N° 75-76, p. 25

\*\* «contestataire» dérivé de «contester» en 1968, lequel viendrait du latin **contestari**, par l'intermédiaire du provençal **contestar**, utilisé par Pascal en 1657, tout cela avec des glissements de sens.

mière est dotée d'une organisation, la même que la seconde, et qui manque à la troisième.

D'ailleurs, n'est-il pas évident que  
**votre cousine chante délicieusement**  
et

**cette vieille sorcière louche affreusement.**

ont quelque chose en commun — qui n'est pas l'information qu'elles transmettent ?

Comment décrire cette organisation ?  
Ce fut l'œuvre de sa vie, publiée en 1959, cinq ans après sa mort, grâce, avons-nous dit, à ses amis et surtout à Jeanne, sa compagne bien-aimée, qu'il épousa en 1922 à Zagreb\*.

«Derrière la réussite (ou l'échec) d'un homme, cherchez une femme», dit en substance un proverbe.

Mais ceci est une autre histoire.

### **Tout précurseur a un précurseur**

En imaginant sa phrase insensée, Tesnière fut, semble-t-il précurseur. D'une part, ne devançait-il pas de quelques années son éminent collègue américain Noam Chomsky, qui se commit du célèbre énoncé :

---

\* «Pour ne pas avoir sa famille et sa belle famille sur le dos», chuchotent les mauvaises langues.

**«D'incolores idées vertes dorment furieusement»\*\*;**

d'autre part, ne pratiquait-il pas, pour la première fois, à des fins scientifiques, un jeu surréaliste destiné, au départ, à créer des textes insolites et troublants ?

Essayez vous-mêmes !

Pour être honnête, rappelons que le linguiste russe Léon Vladimirovič Ščerba (1880-1944) égayait déjà ses étudiants par des énoncés illogiques du genre : **Le Centaure a bu un carré rond**. Ceci étant, qui sait si les antiques grammairiens ne s'y sont pas déjà essayés et s'ils n'avaient pas consigné certains propos incongrus dans des grimoires perdus pour la postérité ?

Les idées flottent dans l'air, dit-on. Souvent, une même découverte est faite, simultanément, par des chercheurs qui, parfois, ignorent leurs travaux réciproques. Le premier auteur publié est couronné de lauriers par l'humanité reconnaissante. Tant pis pour les malchanceux, ils seront oubliés.

En vérité, en science, personne n'invente rien !

C'est une boutade, mais n'est-ce qu'une boutade ?

---

\*\* **Syntactic structures**, 1957, traduit en français en 1969.

Tout chercheur exploite peu ou prou les acquis et les échecs (pour ne pas choir dans le même trou) des glorieux ou humbles aînés.

Ce faisant, chacun fait avancer d'un petit pas le savoir commun. Ščerba, Tesnière, Chomsky, et, sans doute, d'autres encore, ont imaginé des phrases insensées, mais pas exactement avec le même esprit, avec le même but.

Les honnêtes gens précisent scrupuleusement les sources, dont ils ont conscience. C'est le cas de Tesnière.

Les aigrefins, eux, n'en soufflent mot.

Les flibustiers s'arrogent sans vergogne le bien d'autrui.

D'aucuns ne citent que les grands de ce monde, espérant que l'honneur des cités rejaillira sur les citants ; d'autres escomptent que le cité les citera à son tour.

Entre le gangstérisme caractérisé et l'emprunt inconscient, il y a place pour toutes les nuances de l'arc-en-ciel, et quel arc-en-ciel !

Qui n'a jamais tiré profit des propos de son prochain, leur jette la première pierre !

## De la phrase au système solaire

On vit avec son temps. Comment ne pas jeter un coup d'œil concupiscent sur les sciences bien solides sur leur pied ?

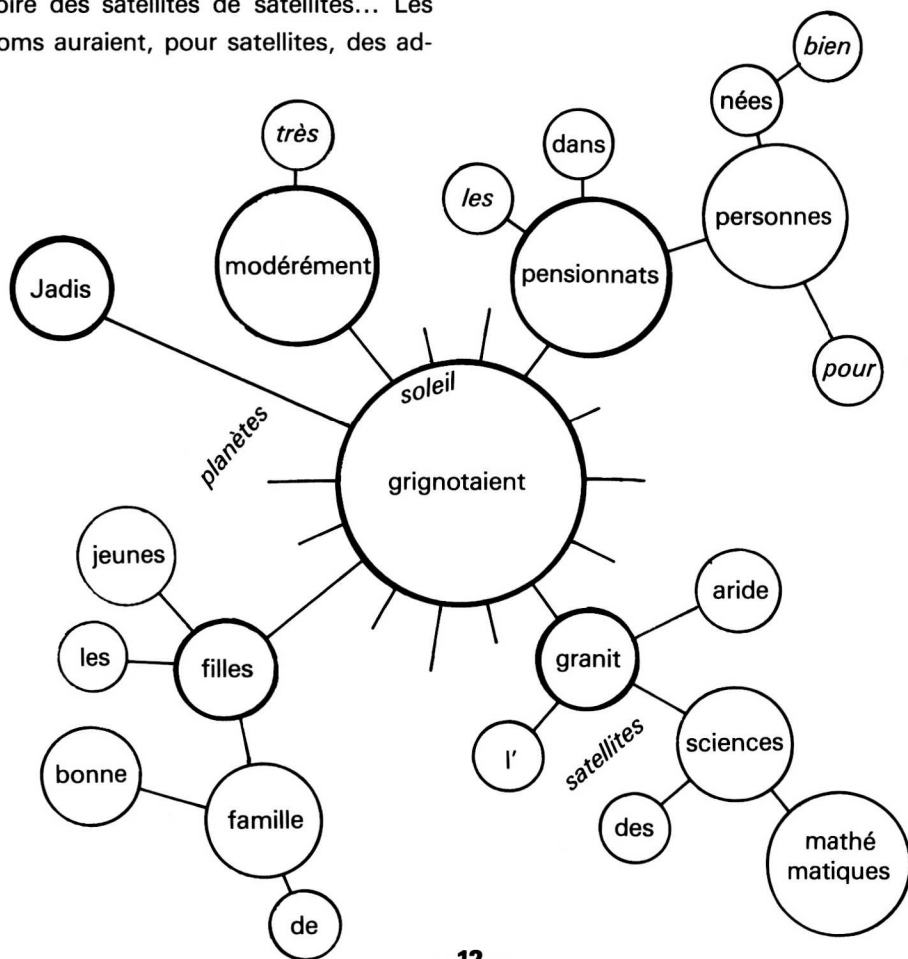
Une phrase ne serait-elle pas organisée à la façon d'un système solaire, avec, au centre, le verbe, et, tout autour, des planètes, avec des satellites, voire des satellites de satellites... Les noms auraient, pour satellites, des ad-

jectifs, articles, prépositions et d'autres noms compléments. Les adverbes pourraient être satellites de verbes, d'adjectifs, ou d'autres adverbes.

Ainsi la phrase :

**Jadis, dans les pensionnats pour personnes bien nées, les jeunes filles de bonne famille grignotaient très modérément l'aride granit\* des sciences mathématiques.**

sugérerait-elle l'image suivante :



Autour du soleil **grignotaient**, tournent 5 planètes : **filles, granit, pensionnats, modérément** et **jadis**.

**Modérément** n'a qu'un seul satellite : **très ; granit** en a 3 : **le, sciences** et **aride ; pensionnat** en a 3 également : **personnes, dans, les**, etc...

Cependant, cette céleste image n'a pas été sans poser quelques mini-problèmes à son inventeur et, pour faire face aux difficultés, ce dernier fit appel à la chimie, puis à la biologie, comme le lecteur pourra le lire dans les prochains P.A.

## SAVEZ-VOUS COMPTER LES MOTS ?

Pas besoin d'être grand clerc.  
Une machine peut le faire.

Un mot graphique, nous assure-t-on, c'est une suite ininterrompue de lettres qui commence par un blanc typographique, et se termine par un blanc ou par un signe de ponctuation.

Ainsi, **anticonstitutionnellement** est un mot de 26 lettres, le plus long du dictionnaire, prétend-on ; a, à et ô sont les mots graphiques les plus courts.

Notons que : **quoique** et **bien que** ont le même sens, cependant ils n'ont pas la même longueur évaluée en unités-mots. **Parce que** ferait 2 mots, et pourtant **parce** ne se rencontre jamais sans son acolyte **que ; chemin de terre** et **chemin de fer** en font trois, tous les deux, cependant le sens de **chemin de terre** est évident pour qui connaît celui des trois constituants, alors qu'il ne l'est guère dans **chemin de fer**. Pourquoi écrit-on : **bonhomme** et **bonne femme, si oui** et **sinon, moyen âge** et **moyenâgeux** ? Négligeons ces bavures de parcours, aucune théorie n'est infaillible.

---

*Voir page précédente*

\* Dans son Essai d'un Dictionnaire Universel (1684), l'écrivain Antoine Furetière- qui tour à tour fut admis à l'Académie, puis exclu pour « concurrence »- écrivait GRANIT. Dans son Histoire Naturelle, Georges Louis Leclerc Buffon préférait GRANITE (1783). Les géologues se rangent du côté de Buffon, granite prenant place dans la série des roches et minéraux : **diorite, syénite, bauxite, calcite**... Cependant, c'est à l'italien « granito » - grenu- que nous devons le terme GRANIT qui en ce temps là (1611) désignait une sorte de jaspe n'ayant rien à voir avec notre GRANITE moderne (1690).

Etes-vous pour la tradition philologique avec Hugo, Stendhal... ou pour l'innovation scientifique avec les géologues ? Il est clair que des jeunes filles de bonne famille ne pouvaient ronger qu'un GRANIT sans « É ».

---

\* « La statistique ou art raffiné du mensonge »  
suite P.A. N° 75-76, p. 26.



Mais que penser du trait d'union et de l'apostrophe ? Apparemment, **faut-il** fait 2 mots, **tire-larigot** n'en fait qu'un, voir le dictionnaire. Mais comparez : **rendez-vous, haut les mains !** et le **rendez-vous chez le dentiste**. Dans **assure-t-on**, **t** est-il un mot ? Pourquoi : **micro-ampère** et **micro-volt**, **chou-rave** et **betterave**, **Ernest Renan** et **rue Ernest-Renan**, un **va-nu pieds** et le **qu'en dira-t-on...**Faut-il segmenter **l'eau, puisqu'elle, aujourd'hui, c'est-à-dire, presque-été, s'entraider, prud'homme ?...**

Que penser des sigles notés tantôt avec, tantôt sans les points d'abréviation : UNESCO, URSS ou U.R.S.S., SNCF ou S.N.C.F., P.T.T. ou P et T, C.G.T. ou cégétiste ?...

En chimie on trouve : **hydro-3 triméthoxy-2,9,10 berbérine**, ou, en bref, **corypalmine**. Cela fait combien de mots ?

Queneau a-t-il raison d'écrire, dans **Zazie dans le métro : doukipu-donktan ?**

Sans doute, peut-on justifier toutes les graphies par un fourmillement de petites règles **ad-hoc**. Mais, quand l'informaticien nous assure que sa machine sait compter les mots, aurait-on tort de lui poser la question « délicate » : comment s'y prend-elle ? Puis de le prier

de lui faire compter les mots de la poésie de Jean Rictus : Les Soliloques du pauvre.

[Jehan RICTUS (ed. Pierre Seghers, 1955, p. 9)]

## LES SOLILOQUES DU PAUVRE

Merd' ! V'là l'Hiver et ses dur'tés,  
V'là l'moment de n'pus s'mettre à poil :  
V'là qu'ceuss' qui tiennent la queue d'la  
poêle

Dans l'Midi vont s'carapater.

V'là l'temps ousque jusqu'en Hanovre  
Et d'Gibraltar au Cap Gris-Nez,

Les Borgeois, l'soir, vont plaind'les  
Pauvres

Au coin du feu... après dîner !

Et v'là l'temps ousque dans la Presse  
Entre un ou deux lanc'ments d'putains,  
On va r'découvrir la Détresse,  
La Purée et les Purotains !

Les jornaux, mêm' ceuss' qu'a d'la guigne  
A côté d'artiqu's festoyants  
Vont êt' pleins d'appels larmoyants,  
Pleins d'sanglots... à trois sous la ligne !

Merd', v'là l'Hiver, l'Emp'reur de Chine  
S'fait flauper par les Japonais !  
Merd' ! V'là l'Hiver ! Maam' Sévrine  
Va rouvrir tous ses robinets !



## LES RECETTES DE TANTE MALICE

Les vieux grimoires (PA N° 75-76, p. 28) (suite)

LA PREPARATION des poumons du Renard, du foie et des intestins du Loup, et autres matières semblables, ne consiste qu'à les faire sécher, afin de pouvoir les garder, et les mettre en poudre quand on voudra. On prendra, par exemple, des poumons de Renard bien sains, tirés de l'animal récemment tué, on les lavera, on les coupera par tranches, on les fera sécher au four par une douce chaleur, puis on les enveloppera de feuilles sèches d'hyssope, ou de marrube blanc pour les garder.

Ils sont estimés pour les maladies de la poitrine et des poumons, comme pour l'asthme, pour la phthisie. La dose est depuis un scrupule jusqu'à une dragme.

On préparera de la même manière le foie et les intestins du Loup, coupés par morceaux, afin qu'ils sèchent plus facilement au four. Ils sont propres pour la colique venteuse. La dose est depuis un scrupule jusqu'à une dragme. On peut les conserver enveloppés dans des feuilles de menthe ou d'origan sèches.

## SAINTE ORTHOGRAPHE

### LES CONSONNES DOUBLÉES

#### *Pourquoi ?*

souffler	<i>boursouffler</i>
mammifère	<i>mamelle</i>
nullité	<i>annuler</i>
charrette, charrier	<i>chariot</i>
siffler	<i>persiffler</i>
homme,	<i>homicide,</i>
bonhomme	<i>bonhomie...</i>
femme	<i>femelle</i>
donner, donneur	<i>donateur, donatrice</i>
sonner, sonneur	<i>sonore, consonance, résonance</i>
nommer,	<i>nominal,</i>
innommable	<i>innomé</i>
chatte, chatterie	<i>chatière, chaton</i>
battre, batterie,	<i>courbatu</i>
battu	
boulot, boulotte	<i>dévoit, dévôte</i>

«C'est pour mieux te croquer», dit le loup au petit chaperon rouge. Avez-vous une autre réponse ?

COURRIER DES  
LECTEURS. Les Homos  
(P.A. n° 68-70 et 73-74)

### DICTÉE IMPOSSIBLE

(suite et fin page 21)

# PA a vu, lu, entendu

En relation avec tout cela, des notations contractées permettent une meilleure mémorisation.

**CEDIC : A Delédicq,  
JC Delédicq, JB Touchard  
«LE CUBE, MODE D'EMPLOI»**

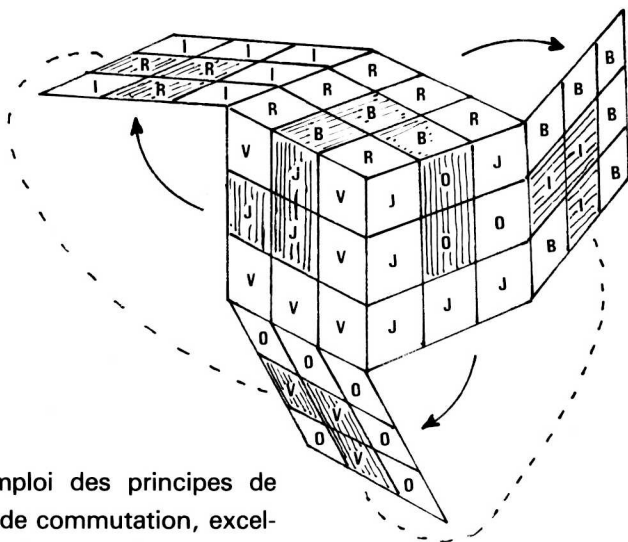
Il s'agit d'une remarquable étude du cube hongrois. L'utilisation est rendue très commode par la qualité de la présentation : papier, impression, exécution des dessins, ingéniosité de leurs conventions qui font voir l'invisible.

L'ouvrage commence par une méthode de reconstitution à partir d'une face complète. La succession des opérations résumées par une formule est illustrée par un véritable film. Les auteurs vont plus loin que leur projet,

Une deuxième partie fait comprendre la possibilité d'autres méthodes de reconstitution du cube et prévoit des simplifications par des mouvements d'échange et des pivotements.

Enfin apparaissent des dessins remarquables : les cubes russes, les serpents et une méthode pour en créer.

En résumé, un livret soigné qui augmentera l'intérêt qu'on pouvait porter au cube hongrois, jouet promu objet de réflexion et d'étude.



le serpent

prétexte à l'emploi des principes de conjugaison et de commutation, excellentement expliqués, et à l'introduction discrète de la théorie des groupes.

# LE FLEXACUBE

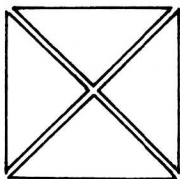
Le texte que vous présente ce jour P.A. est extrait d'une excellente revue MATH-JEUNES, créée et animée par une équipe d'amis belges... eux aussi bénévoles. Il est extrait du N° 11 (16 pages), numéro tout aussi passionnant que ceux qui l'ont précédé. PA se plaît à vous signaler la dernière ligne de son éditorial.

«Bon travail et surtout... bon amusement !»

Tout un programme comme vous dirait Christian Boyer.

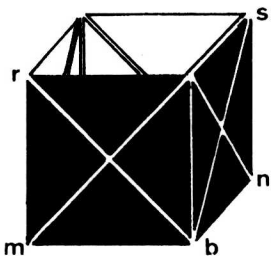
Dans un carton assez fin, mais rigide, découpez 4 carrés de 10 cm de côté et chacun d'eux en quatre triangles isocèles suivant les diagonales. Recommencez ensuite l'opération dans un carton d'une autre couleur. Votre choix est bien sûr libre, mais pour la clarté de l'exposé, nous supposons que vous possédez maintenant 16 triangles rouges et 16 triangles blancs. Collez-les deux par deux de façon à obtenir 16 triangles blancs d'un côté et rouges de l'autre.

Ensuite, avec du papier collant, recomposez les carrés en prévoyant un espace d'environ 2 mm le long des bords. Ayez soin de placer du papier collant sur les deux faces. Vous obtenez ainsi une articulation qui vous permet de plier et déplier le carré suivant les



diagonales (en deux ou même en quatre). Les faces rouges devront toutes se trouver du même côté.

Toujours avec du papier collant, et en respectant les espacements de 2 mm, reliez bord à bord les quatre carrés pour obtenir les faces latérales (toutes rouges à l'extérieur !) d'un cube. Par pliage, on peut retourner le montage de façon que la face blanche intérieure se retrouve à l'extérieur. Le pliage ne peut s'effectuer que le long des lignes articulées, sans déformation.



## Premier pliage :

Le long des quatre diagonales pour obtenir sur un plan la figure 1. la ligne rs indique le bord ouvert. Le point a était le sommet caché du flexacube (dessin du haut).

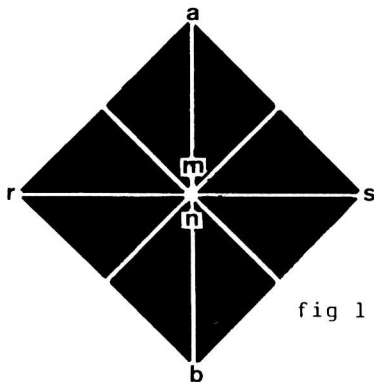
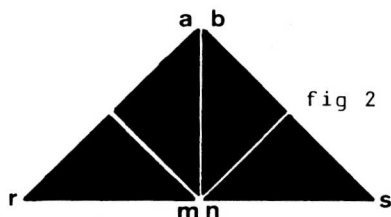


fig 1

### Deuxième pliage :

On rabat le sommet a sur le sommet b de manière que le bord «ouvert» soit à l'extérieur.

Entre les deux lèvres rs sont mobiles deux triangles arm et bsn (fig. 2)



### Troisième pliage :

Rabattre r sur s en faisant monter m et descendre n. Puis remettre à plat comme sur la figure 3.

Au centre du carré, placer un point p au-dessus et un point q en-dessous. (q est caché).

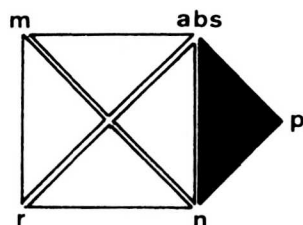
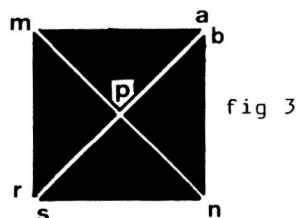


fig 4

### Quatrième pliage :

Amener p comme sur la figure 4.

### Cinquième pliage :

Amener q comme sur la figure 5. Nous avons réalisé ainsi une surface latérale d'un cube, plus petit que le précédent.

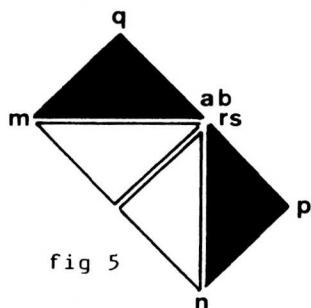


fig 5

### Sixième pliage :

En le déroulant, plaçons-le autrement, comme sur la figure 6.

Il faut maintenant effectuer à partir de cette position les pliages inverses des précédents.

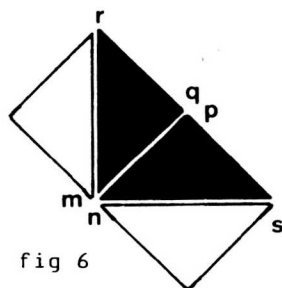
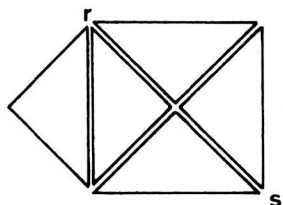
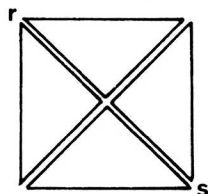
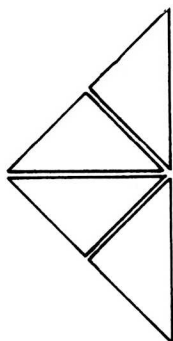


fig 6



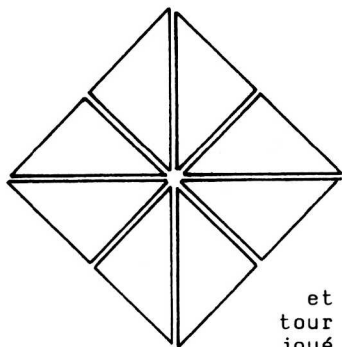
Septième pliage: ↑

Neuvième pliage: ↓



Huitième pliage: ↑

Dixième pliage: ↓



et le  
tour est  
joué !

MATH-JEUNES est une publication bimestrielle de la Société Belge de Professeurs de Mathématique d'Expression Française. (S.B.P.M. e.f. Association sans but lucratif)

*Editeur responsable : W. VANHAMME  
rue Firmin Martin, 2, 1160 Bruxelles*

*Abonnement : (5 numéros) BENELUX  
50 FB*

*Etranger : 100 FB*

Les abonnements sont normalement pris par l'intermédiaire d'un professeur. Abonnement à verser au compte 001-0828109-96 de Math-Jeunes, chemin des Fontaines, 14 bis, 7460 - CASTEAU.

## L'ELECTRICITE SOLAIRE

*DUNOD (et UNESCO) W. PALZ - L'électricité solaire - 3<sup>e</sup> trimestre 81*

Cet ouvrage de près de 350 pages a retenu l'attention de PA qui a décidé de vous le présenter. Expliquons nos raisons.

Parfaitement documenté, illustré



de très nombreux tableaux, graphiques, ce livre est très facilement lisible par le «lecteur moyen» de P.A. et constitue assurément une excellente référence sur ce sujet. Des schémas clairs viennent à l'appui des explications pour toute présentation d'un système technologique (exemple : chauffe-eau solaire, thermosiphon, concentrateur, tube absorbeur...). Des statistiques nombreuses ou renseignements chiffrés (rendement des installations, gain global d'énergie, coûts,...) permettent de préciser l'importance exacte de tel appareillage, de telle pratique. Donc un ouvrage très complet qui s'adresse tant au consommateur — qu'au technicien, à l'architecte ou à l'ingénieur — qu'au citoyen qui se veut informé.

Un premier chapitre pose concrètement le problème de l'énergie dans le monde. L'étude des diverses consommations à l'échelle du globe, celle des répartitions et réserves en combustibles traditionnels (charbon, pétrole, gaz...) permet de mieux mesurer les problèmes économiques et politiques actuels et de dégager une stratégie à long terme. Les perspectives offertes par les combustibles non renouvelables, leurs limitations (et dangers : pollution de l'air et de l'eau) sont bien explicitées et nous rendent désireux de lire le reste du livre, d'étudier les autres sources, les énergies «nouvelles».

C'est, bien entendu, le rayonnement

direct qui est d'abord pris en compte. Longueur des périodes d'irradiation, intensité de celles-ci réclament quelques appareillages simples ; et une étude géographique à l'échelle de la planète est bien sûr présentée ici.

L'air, l'eau, le sol absorbent une grande partie du rayonnement solaire. L'auteur étudie donc cette énergie indirecte considérable, la seule par exemple connue d'un tiers de l'humanité (pays en voie de développement) qui ne connaît comme source d'énergie que bois de chauffage et bouse de vache (environ 1200 millions de m<sup>3</sup> de bois et 20% de leur énergie sous forme de déchets agricoles ou animaux sont ainsi consommés par an par 1,5 milliard de terriens). Bien entendu l'énergie hydro-technique, quoique très diversement utilisée (100% de l'énergie électrique consommée en Norvège, 30% en Finlande, 0% aux Pays Bas et 32% en France) est un atout considérable... là où elle est disponible. Vraisemblablement elle restera un relai nocturne au fonctionnement des centrales solaires, une alternative à l'utilisation des vagues et de la mer, du vent et de la biomasse, si inégalement exploités.

Problème d'aujourd'hui et de demain, l'un des principaux mais hélas pas le seul, celui de l'énergie nous est particulièrement sensible, nous, gros consommateurs. Sans emphase ni démagogie l'auteur propose ici une étude

exhaustive de tous les aspects de ce problème majeur, tant sur le plan technologique que politique, analyse LES solutions de demain...et cela rappelons-le dans un style particulièrement clair.

Excellent ouvrage qui, souhaitons-le, fera date et référence sur un sujet capital.

## **ON NOUS PRIE DE SIGNALER EQUIPEMENT DES ETABLISSEMENTS EN MICRO-ORDINATEURS**

A la suite de nouvelles informations, nous signalons aux établissements qui veulent être équipés en micro-ordinateurs que la procédure à suivre est maintenant la suivante :

— Il suffit que la demande soit faite par le chef d'établissement et transmise au Recteur de l'Académie (délégué régional aux technologies nouvelles) BOEN N° 1, du 8.1.1981 - Circulaire 80-533 du 22 décembre 1980.

D'autre part, pour les établissements techniques, le chef d'établissement peut utiliser, pour l'équipement, la taxe d'apprentissage après en avoir fait la demande au Comité technique (circulaire 80-278 du 1<sup>er</sup> juillet 1980, BO N° 28).

En ce qui concerne l'I.N.R.P., il ne reçoit que les demandes d'expérimentation en informatique et peut délivrer des heures de décharge pour cette expérimentation.

Par ailleurs les directions départementales de la Jeunesse des Sports et des Loisirs accordent une subvention aux foyers socio-éducatifs (qui a été de 2500 F dans certains établissements en 1981).

Pour la création d'un atelier micro-ordinateur, le F.S.E. doit être légalement déclaré à la sous-préfecture et agréé par la Direction Départementale de la Jeunesse des Sports et des Loisirs.

---

## **I.L.F. du P.A. (fin) Dictée impossible**

«Un sot, monté sur un cheval, transportait un sceau dans un seau. Le cheval s'emballa et les ... tombèrent».

Une seule solution, transcrire les sons à l'aide de l'alphabet de l'A.P.I. \*.

... les trois [so] tombèrent.

Merci à notre abonné anonyme et discret des Hauts de Seine.

---

\* A.P.I. = Association Phonétique Internationale, lancée en 1886 par le Français Paul Passy et l'Anglais Henry Sweet. L'alphabet de l'A.P.I. a été inventé pour toutes les langues connues du monde. Les crochets rappellent qu'il s'agit de sons et non de l'orthographe usuelle.

# COMMENT MIEUX CONNAITRE LE NOMBRE $\pi$ ?

(MOTS MÊLÉS)

Dans cette grille figurent les noms de la liste suivante écrits sur une ligne, une colonne ou une diagonale à l'en-droit ou à l'envers. Barrez ces noms. Il vous reste une petite phrase à découvrir.

T	H	E	O	R	I	E	A	S	C	E	M	M	E	L
S	N	O	I	T	A	U	Q	E	A	S	H	E	E	E
T	R	A	I	T	E	P	G	E	S	P	R	I	T	T
H	N	O	N	C	E	A	L	C	A	R	R	E	Z	R
E	S	A	A	I	L	L	A	E	O	A	S	I	E	
O	E	P	I	I	M	E	N	T	T	C	U	Y	M	L
R	S	C	T	R	L	R	A	C	I	N	E	M	O	U
E	E	E	O	G	A	E	E	R	T	R	O	E	S	N
M	R	F	E	D	I	V	R	T	R	P	E	T	E	N
E	M	R	E	T	E	Z	N	O	E	C	I	R	E	A
P	L	U	S	C	N	O	D	I	N	D	U	I	R	E
A	X	E	A	D	D	I	T	I	O	N	O	E	B	A
C	O	P	L	A	N	A	I	R	E	O	L	M	M	P
E	S	P	E	R	A	N	C	E	E	R	D	N	E	T
E	M	S	I	H	P	R	O	M	O	M	O	H	M	I

Addition	Donc	Formule
Annuler	Dont	Homomorphisme
Axe	Egalité	Induire
Carré	Equations	Invariant
Code	Espace	Itère
Coplaire	Espace-vectoriel	Lemme
Corps	Espérance	Lier
Déterminant	Esprit	Membre
Deux	rayon	terme
Mode	règle	Terre
Onze	Relia	Théorème
Pas	Rond	Théorie
Plat	Soit	Tirer
Plus	Symétrie	Titre
Racine	Tendre	Trait
		Vide

La solution vous est fournie page 46.

# P.A. JEUX

Un nouveau jeu  
pour 1982 !

Voici **HEXAKO**

Après HEX et ALADIN, voici un nouveau jeu entrant dans la catégorie des jeux « d'un bord à l'autre ». J'ai créé ce jeu en modifiant quelque peu ALADIN ; le résultat me semble intéressant, non trivial. A vous d'en juger.

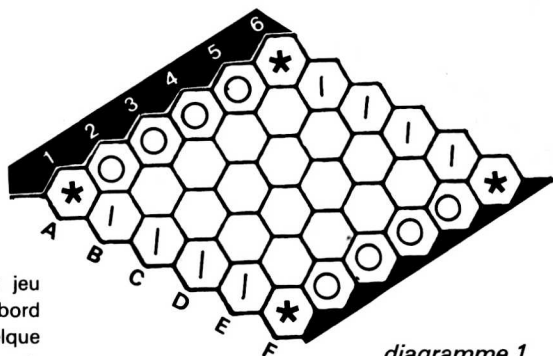


diagramme 1

## légende du diagramme 1 :

Cases sur lesquelles :

- Blanc ne peut jouer qu'en prenant : ○
- Noir ne peut jouer qu'en prenant : □
- Blanc et noir ne peuvent jouer qu'en prenant : \*

**MATERIEL** - Un tableau en forme de losange constitué de cases hexagonales (diag. 1)

— 36 pions réversibles (noirs d'un côté, blancs de l'autre)

## BUT DU JEU

Chacun des deux joueurs veut construire une chaîne continue de pions de sa couleur reliant les deux bords de sa couleur. (but identique à HEX et à ALADIN)

## MARCHE DU JEU

A) - Blanc commence, puis les deux joueurs jouent alternativement. On ne peut passer son tour.

B - Deux types de poses sont envisageables

1 - la pose simple consiste à poser un pion de sa couleur. Cette pose est autorisée sur toutes les cases *sauf* sur les bords adverses (coins compris) (diag. 1) Une pose simple n'a donc aucun autre effet que d'ajouter un pion sur le tableau qui est *vide* au départ du jeu.

2 - la pose-prise consiste à poser un pion de sa couleur *entourant* un ou *plusieurs* pions adverses placés en ligne et côte à côte. Ceci pouvant avoir lieu dans plusieurs directions à la fois. Ces pions adverses, entourés par la *dernière* pose, *doivent* alors être *tous retirés* du plateau de jeu et placés dans la boîte de rangement (voir diagramme 2 et 3).

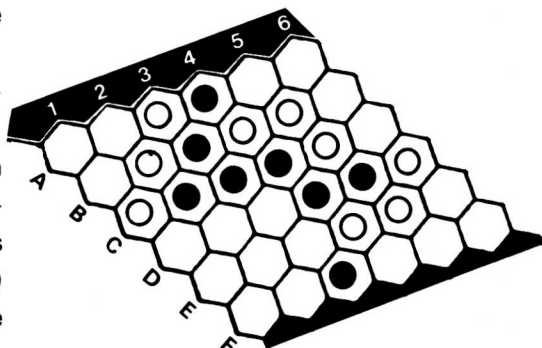


diagramme 2.  
Dans cette position  
Blanc décide de jouer D3.



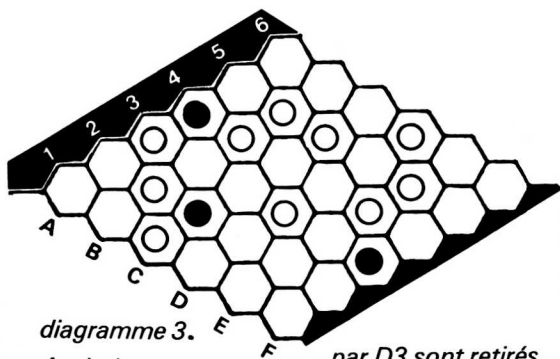


diagramme 3.

Après le coup,  
les pions entourés

par D3 sont retirés  
du plateau

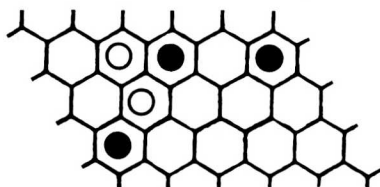


*coup interdit*

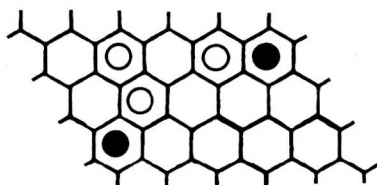
C : sans la règle du KO, Noir pourrait reprendre le pion blanc et la situation serait *identique* à la situation initiale a. La règle du KO *interdit un tel coup*.

Mais il existe des situations où la règle du KO ne s'applique pas :

### Exemple 2



a) position initiale dans laquelle Blanc décide de prendre un pion noir



b) Blanc a joué et pris le pion noir

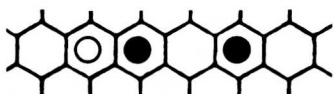
### C - La Règle du KO

Le mécanisme de prise entraîne une petite difficulté qui est source de la finesse du jeu : le KO.

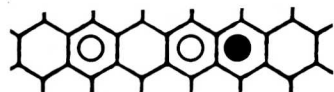
Comme au jeu de GO, la règle du KO est destinée à éviter que certaines situations ne se reproduisent indéfiniment et que la partie s'éternise :

«Lorsqu'un pion est pris et retiré du plateau, le possesseur de ce pion n'a pas le droit de rejouer *immédiatement* au même endroit si ce coup a pour effet *unique* de prendre **le dernier** pion posé par l'adversaire»

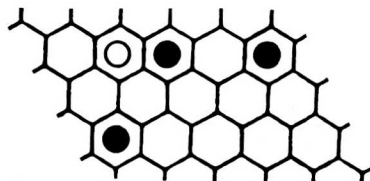
### Exemple 1



a : un pion noir est vulnérable



b : Blanc a joué et pris le pion noir



c) Noir joue, reprend l'ancienne place et retire **deux** pions blancs ! Ici, donc, la règle du KO *ne s'applique pas*. En effet après la prise des deux pions blancs, la situation n'est *pas identique* à la position a).



# LA CHASSE AUX PARTICULES (suite BD 3)

C'EST EN 1957 QUE LE SYNCHRO-CYCLOTRON, L'UN DES ACCELERATEURS DU CERN, A ÉTÉ MIS EN SERVICE.



PAR DES FORCES ÉLECTRIQUES, ON ARRACHE LES ÉLECTRONS DES ATOMES DE L'HYDROGÈNE AFIN DE LIBÉRER LES PROTONS.



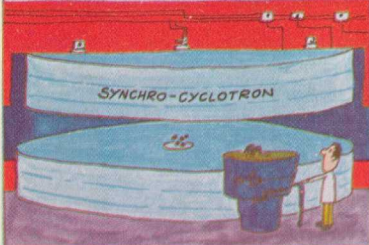
PUIS ON DONNE UNE SUCCESSION DE "COUPS DE PIED" À CES PROTONS LIBÉRÉS.



QUAND DES PROTONS, AVEC LEUR CHARGE POSITIVE, SE DÉPLACENT DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE, ILS SUIVENT UNE TRAJECTOIRE COURBE.



CES PROTONS SONT INTRODUITS AU CENTRE D'UN AIMANT DE 2500 TONNES QU'ENGAGE L'OPÉRATION "COUPS DE PIED".



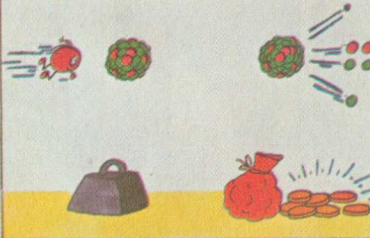
SOUS L'EFFET DE L'AUGMENTATION DE SA VITESSE, LE PROTON DÉCRIT UN MOUVEMENT DE SPIRALE VERS L'EXTÉRIEUR DE L'AIMANT. EN UNE SECONDE, DES MILLIARDS DE PROTONS SORTENT DE LA MACHINE AVEC UNE ÉNERGIE DE 600 MILLIONS D'ÉLECTRONVOLTS (600 MeV).



CETTE ÉNERGIE SUFFIT POUR BRISER LES NOYAUX QUE L'ON VEUT ÉTUDIER.

LE SYNCHRO-CYCLOTRON (OU SC), LE PLUS PETIT ACCÉLÉRATEUR DU CERN, DONNE AUX PROTONS UNE ÉNERGIE DE 600 MILLIONS D'ÉLECTRONVOLTS (OU 600 MeV) SUFFISANTE POUR PERTURBER L'INTÉRIEUR DU NOYAU DE L'ATOME AFIN D'EN OBSERVER LES PROPRIÉTÉS. AVEC CETTE MACHINE, DES EXPÉRIENCES MULTIPLES ONT ÉTÉ RÉALISÉES.

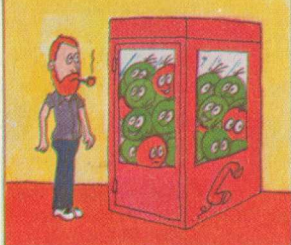
LE SC PERMET DE TRANSFORMER LE CONTENU DU NOYAU ET DE CONVERTIR PAR EXEMPLE LE PLOMB EN OR...



...MAIS, BIEN SÛR, EN QUANTITÉS INFINITÉSIMALES! ET C'EST À D'AUTRES NOYAUX QUE S'INTÉRESSE LE PHYSICIEN DU CERN!



ON PEUT ÉTUDIER LES NOYAUX DANS DES CONDITIONS EXTRÊMES EN LES REMPUISANT AVEC D'AVANTAGE DE PARTICULES.



AINSI OBTIEN-ON DES INFORMATIONS NOUVELLES SUR LES PROPRIÉTÉS DES NOYAUX. C'EST UN PEU CE QUE FAIT LE BOTANISTE LORSQU'IL ÉTUDE LES DIFFÉRENTS HYBRIDES DE SES PLANTES.



CES EXPÉRIENCES, COMME BEAUCOUP D'AUTRES, ONT APPORTÉ DES INFORMATIONS UTILES DANS DES SECTEURS AUSSI DIVERS QUE:

LES PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES DU NOYAU



LES ISOTOPES, COMME CEUX QU'ON UTILISE DANS L'INDUSTRIE, L'AGRICULTURE, LA MÉDECINE



LA FORMATION DES ÉTOILES.





EN 1959, LE CERN METTAIT EN FONCTIONNEMENT UNE MACHINE PUissante: LE "SYNCHROTRON À PROTONS" (OU PS) DE 28 MILLIARDS D'ÉLECTRONVOLTS (28 GÉV)



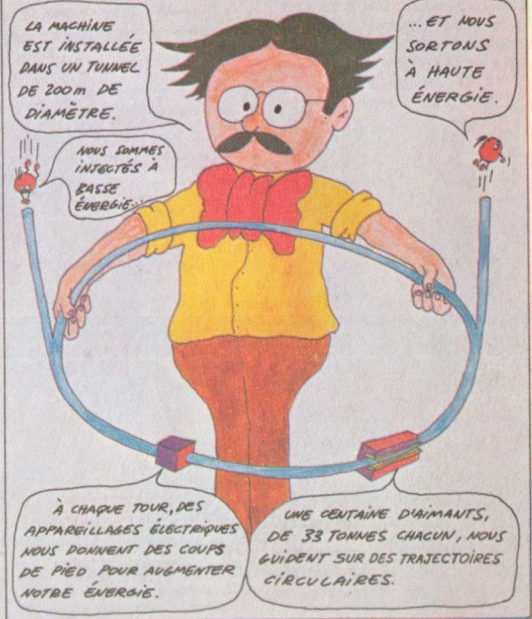
CETTE ÉNERGIE PERMET DE PERTURBER LES PARTICULES ET PEn CRÉER DE NOUVELLES.



LA MACHINE EST INSTALLÉE DANS UN TUNNEL DE 200m DE DIAMÈTRE.

... ET NOUS SORTONS À HAUTE ÉNERGIE.

NOUS SOMMES INJECTÉS À BASSE ÉNERGIE.



LE PS A ÉTÉ LA PREMIÈRE MACHINE DE CE TYPE DANS LE MONDE...




... ET DES MILLIERS DE CHERCHEURS L'ONT UTILISÉE DANS DES CENTAINES D'EXPÉRIENCES.



À CHAQUE TOUR, DES APPAREILLAGES ÉLECTRIQUES NOUS DONNENT DES COUPS DE PIED POUR AUGMENTER NOTRE ÉNERGIE.

UNE CENTAINE D'AIMANTS, DE 33 TONNES CHACUN, NOUS GUIDENT SUR DES TRAJECTOIRES CIRCULAIRES.

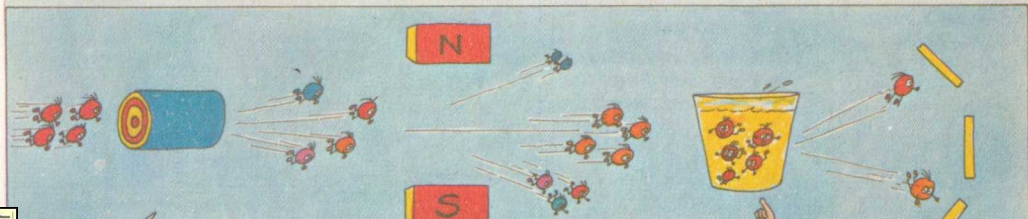
QUAND LES PROTONS SONT ÉJECTÉS DU SYNCHROTRON À PROTONS DE 28 GÉV (PS), LEUR VITESSE EST VOISINE DE CELLE DE LA LUMIÈRE ET LEUR POIDS TRENTÉ FOIS PLUS ÉLEVÉ QUE LORSQU'ILS SONT AU REPOS.



CHAQUE GICLÉE, QUI SE RÉPÈTE TOUTES LES 2 SECONDES, CONTIENT PLUSIEURS MILLIONS DE MILLIONS DE PROTONS.



LES PROTONS PEUVENT ÊTRE UTILISÉS POUR DES EXPÉRIENCES DE COLLISION AVEC D'AUTRES PROTONS OU DIRIGÉS CONTRE UNE CIBLE FIXE AFIN DE PRODUIRE DE NOUVELLES PARTICULES.




LA CIBLE PEUT ÊTRE UNE PETITE PIÈCE DE MÉTAL.

AU SORTIR DE LA CIBLE, UN AIMANT SÉLECTIONNE LES PARTICULES QUI SERONT OBSERVÉES.

ON PEUT PRODUIRE DES COLLISIONS AVEC DES PROTONS DANS UNE CUVE D'HYDROGÈNE...

... ET DÉTECTER LES PARTICULES QUI EN ÉMERGENT.

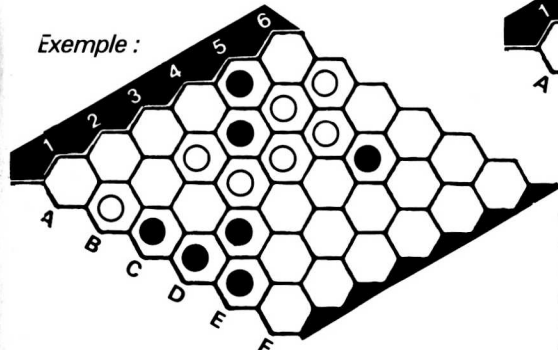


Dans la conduite tactique du jeu les positions de KO ou de non-KO sont essentielles ; de leur prévision dépend souvent un avantage voire la victoire !

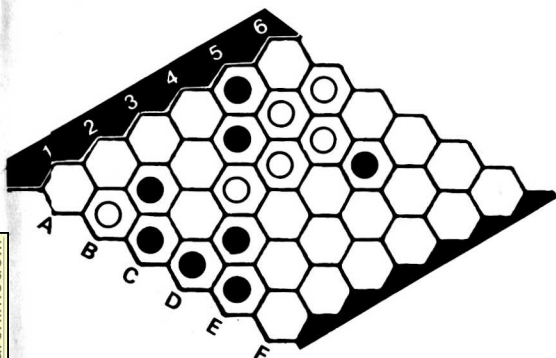
### D Cas de nullité

La règle du KO est destinée à éviter la partie nulle dans le cas où les adversaires voudraient se prendre indéfiniment le même pion. Une telle situation «d'éternité» peut cependant intervenir à la suite d'une *situation cyclique* comportant un plus grand nombre de coups. D'où la règle : «Si les deux joueurs s'obstinent à répéter la même position trois fois de suite la partie est déclarée nulle».

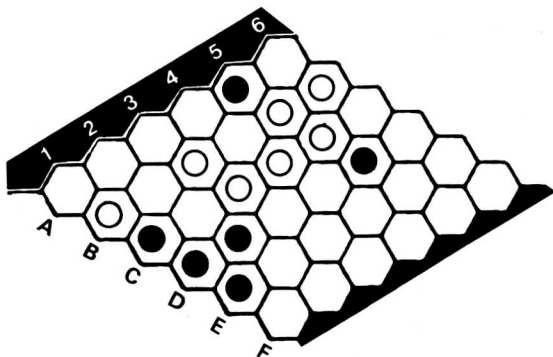
Exemple :



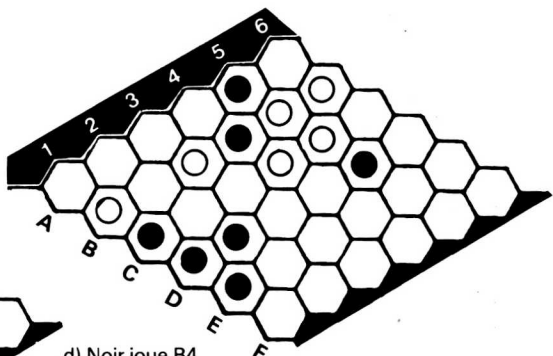
a) c'est à Noir de jouer. Pour empêcher la connexion blanche il décide de jouer B2



b position après B2, le pion B3 a été pris.



c) Blanc joue B3 et prend les deux pions noirs B2 et B4



d) Noir joue B4  
observez bien la position après B4 : si blanc joue maintenant C3 on retrouve la position a) dans laquelle c'est à Noir de jouer et la boucle est bouclée ! Si l'un des adversaires estime que sa position vaut mieux que la partie nulle c'est à lui de prendre le risque de jouer un coup qui va rompre le cycle !

**E Gagnant** : le premier qui, après une pose de pion (simple ou prise) aura constitué une chaîne continue reliant ses deux bords. La partie nulle est possible (voir D).

**F Remarque** Bien que ce jeu puisse se jouer sans pions reversibles, nous en avons préconisé l'usage. Pourquoi ?

— A ce jeu l'un des joueurs peut utiliser beaucoup plus de pions que l'autre joueur, une couleur peut être «dominante» sur le plateau. L'usage de 36 pions servant aux deux joueurs semble plus pratique, les pions pris pouvant resservir à l'un quelconque des joueurs.

La rubrique Jeux se porte bien et ne demande qu'à évoluer. Que désirez-vous ? Des jeux peu ou pas connus, des

analyses de jeux, des problèmes ? autre chose ?

Faites-nous part de vos réflexions, désirs, ou observations.

Francis GUTMACHER

P.A. Jeux

61, rue Saint Fuscien

80000 AMIENS

## BOITE DE DOMINOS

(suite 2)

Nous invitons nos lecteurs, pour cette suite de textes concernant la boîte de dominos, à revoir le PA 75-76 page 24 et 33 et nous proposons d'abord une

solution au problème 2, puis un problème 3. Nos lecteurs peuvent-ils ici aussi retrouver les 28 dominos ?

à suivre.

### *Solution du problème 2*

	A	B	C	D	E	F	G
1	6	6	0	6	6	0	0
2	4	5	2	6	6	5	1
3	4	4	5	5	4	3	3
4	0	5	1	4	1	3	2
5	2	5	2	6	1	1	1
6	3	1	5	3	4	2	2
7	3	2	6	0	0	0	2
8	5	3	3	4	0	1	4

### *Problème 3*

3	6	2	0	0	4	4
6	5	5	1	5	2	3
6	1	1	5	0	6	3
2	2	2	0	0	1	0
2	1	1	4	3	5	5
4	3	6	4	4	2	2
4	5	0	5	3	3	4
1	6	3	0	1	6	6



# JEU DE DAMES

Le Jeu de Dames revient à la mode. Après l'avoir considéré comme «un jeu de gosses», on prend conscience que ce jeu, dont les règles sont effectivement très simples, parvient à un haut degré de complexité. Mais ces règles, les connaissez-vous réellement ? Savez-vous que le fameux «souffler n'est pas jouer» n'existe pas, et ce pour la bonne et simple raison que **l'on est absolument obligé de prendre** ? Savez-vous que le damier doit être placé d'une certaine manière, faute de quoi on aboutit à des positions tout à fait irréalisables ?

## Position du Damier

Il faut toujours que la grande diagonale (voir diagramme A) soit orientée de la gauche (en bas) vers la droite (en haut). Vous pouvez jouer sur les noirs ou sur les blancs, cela n'a aucune importance. Il suffit alors de tourner le damier d'un quart de tour. Les com-

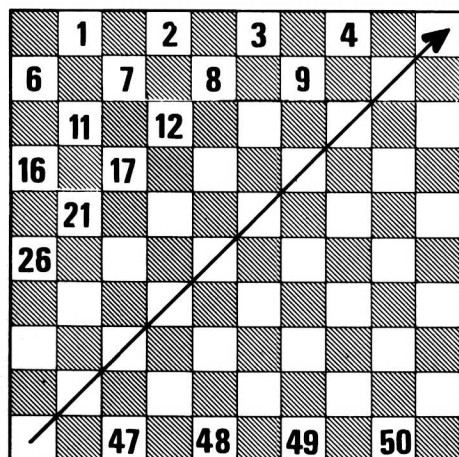


Diagramme A

pétitions officielles se déroulent toutes sur les cases foncées, mais au cours de cette chronique nous utiliserons par convention les cases blanches, essentiellement pour des raisons de clarté et de typographie... En tout cas il faut toujours que la «case couleur», celle qui se situe à l'extrême gauche devant vous et qui porte le numéro 46, corresponde à la couleur que vous employez.

## Marche du PION

Le pion se déplace en diagonale en avant (et seulement en avant) d'une seule case à la fois. Sur le diagramme B les deux flèches indiquent les deux déplacements possibles du pion 47.

## La PRISE

Le pion prend une pièce lorsqu'il se trouve au contact d'une pièce derrière laquelle se trouve une case vide. Cette prise est absolument obligatoire et s'effectue aussi bien en avant qu'en arrière : sur le diagramme B le pion 45

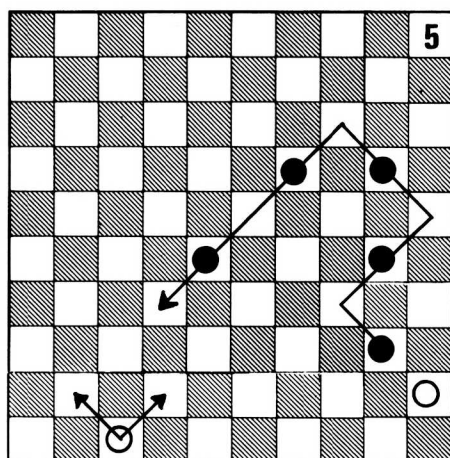


Diagramme B



prend 3 pions noirs en avant puis 2 Pions en arrière.

### Exercice Pratique

Après ce rappel des deux principales règles (nous aurons prochainement l'occasion d'examiner les autres), amusons-nous avec un mini-problème : dans la position du diagramme C, comment peuvent faire les blancs pour gagner en 4 coups, alors que les Noirs menacent de passer à dame ? Il suffira de donner un par un trois pions blancs avant de ramasser tous les noirs :

31-27 (22x31) 43-39 (44x33) 42-37 (31X42) 47x9 B +

Pour toute solution de problème :

- le déplacement d'un pion est indiqué par le numéro de sa case de départ suivi de celui de sa case d'arrivée

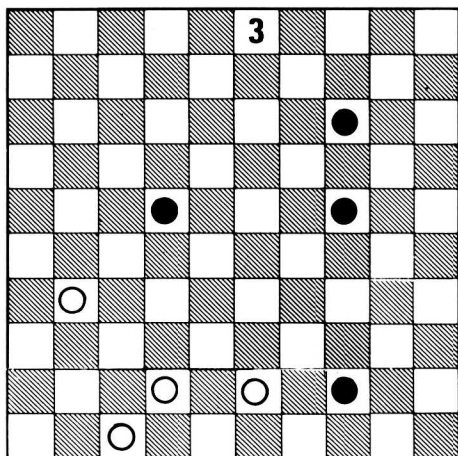


Diagramme C

Les blancs jouent et gagnent en 4 coups

- la prise est désignée par le signe X
- le gain des Blancs par B +
- les déplacements des Noirs sont écrits entre parenthèses

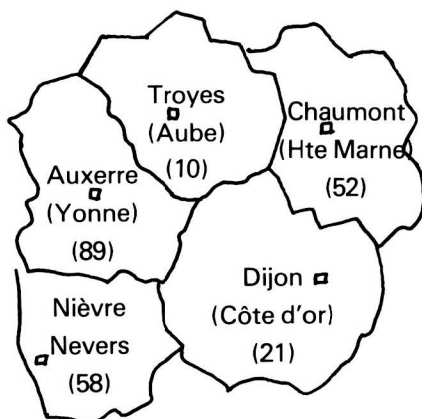
Gérard Foutier

### Au Commissariat

— Chef, la voiture est en morceaux, roues en l'air. On ne voit plus que le numéro : 01 NX 89. Faut téléphoner à Auxerre.

— Et si tu téléphonais à la Préfecture de l'Aube, idiot.

Pourquoi ?



# QUAND SHERLOCK HOLMES joue aux ECHECS

— Que diriez vous d'une visite au cercle d'échecs ? demanda Holmes

— *Comment Holmes, je ne vous savais pas passionné par le noble jeu.*

— Je suis amateur en effet mais je j'apprécie pas les péripéties habituelles de ces rencontres. Je recherche un autre plaisir, à mes yeux plus subtil et plus proche de mes préoccupations journalières.

— *Expliquez-vous, je vous prie*

— Élémentaire mon cher Watson, la plupart des gens ne voient dans les Echecs qu'une façon de construire l'avenir, moi j'y cherche le passé.

— ??

— Voyons Watson, quand vous faites une partie d'Echecs vous essayez bien de prévoir les réactions de l'adversaire, de bâtir pièges et chausse-trapes dans lesquels vous vous efforcerez de le faire tomber : A chaque coup, vous préparez l'avenir Watson.

— *Mais Holmes le problème d'Echecs est d'une nature qui devrait vous passionner : la recherche de la solution est bien ce qui fait votre vie.*

— Pas du tout Watson, le problème est lui aussi tourné vers l'avenir. Il faut trouver un mat QUI VA VENIR alors que ce qui m'intéresse moi, Sherlock Holmes, c'est le passé, c'est la recons-

titution patiente de ce qui a précédé ma venue, c'est trouver la vérité passée à partir d'une position placée devant moi. voilà en quoi le jeu d'Echecs m'intéresse.

— *C'est bien difficile, Holmes, je crains de ne pouvoir suivre vos raisonnements.*

— Des exemples vous éclaireront Watson, entrez avec moi dans le domaine fascinant de l'ANALYSE RETROGRADE.

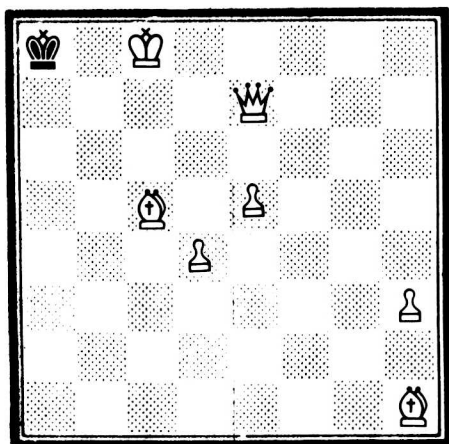
Ainsi commence, dans une traduction très libre le livre de Raymon Smullyan : «THE CHESS MYSTERIES OF SHERLOCK HOLMES». Malheureusement, ce livre n'est pas traduit en Français et je me suis permis cet emprunt. Vous trouverez en Français cette fois un autre livre de Smullyan «QUEL EST LE TITRE DE CE LIVRE» chez DUNOD.

Mais revenons aux Echecs, Holmes a donc expliqué à Watson qu'il aimait retrouver, dans une partie les coups qui ont précédé sa venue.

La première leçon donnée à Watson est celle-ci : Dans la position (1), les noirs étaient-ils au nord ou au sud ? au nord seriez-vous tenté de répondre, puisque l'échiquier se présente toujours ainsi : les blancs en bas et les noirs en haut. Cependant, cela demande de plus amples réflexions. Les deux joueurs ont joué des coups LEGAUX ; on ne leur

(1)

NORD



SUD

Comment jouent les blancs ?

demande pas d'avoir «bien» joué (ce qui serait douteux en voyant la position finale !).

Comment donc raisonner ?

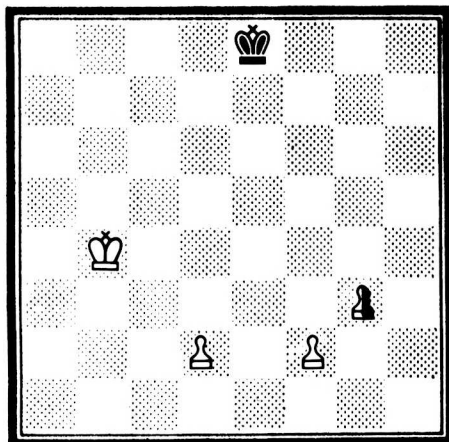
D'abord puisque les noirs sont mats, ce sont les blancs qui viennent de jouer le dernier coup. Mais lequel ? La première réponse qui vient à l'esprit est : ils viennent de jouer h7-h8 = F échec et mat ! Les blancs étaient donc en haut ! Evident non ? Pas du tout ! Si on admet ce coup qu'ont donc bien pu jouer les noirs au tour précédent ? Leur Roi devait provenir de a2 (retournez l'échiquier) et comment diable aurait-il pu y être mis en Echec ? Impossible n'est-ce pas. Donc le coup blanc n'a pas été h7-h8 = F ! Il faut chercher autre chose.

Cherchez donc l'enchaînement logique et unique- qui permet de trouver la position proposée en (1).

Voici une poignée d'autres problèmes tirée du livre de Smullyan.

Le (2) devrait vous permettre de savoir si le pion g3 est blanc ou noir ! Pour cela sachez qu'il s'agit d'une partie «monochromatique» c'est-à-dire que les pièces sont toujours restées sur la même couleur (remarquez que dans ce cas les cavaliers n'ont pu jouer).

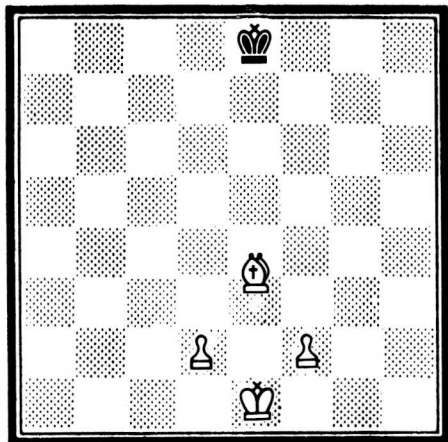
(2)



Le pion g3 est-il blanc ou noir ?

Le (3) est aussi tiré d'une partie monochromatique. La question est : Le Fou blanc est-il en e3 ou e4 ?

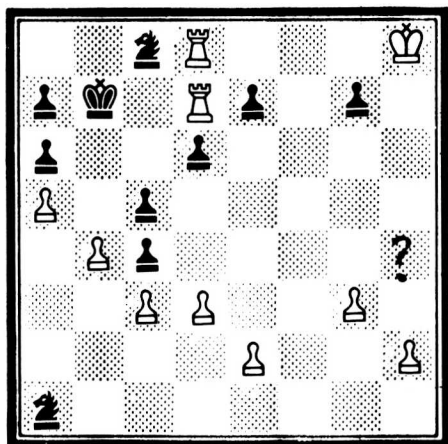
(3)



Le Fou blanc est-il en e3 ou e4 ?

Le (4) s'appelle le MYSTERE de la pièce disparue. Quelle pièce se trouvait en h4 ? A vous de trouver !

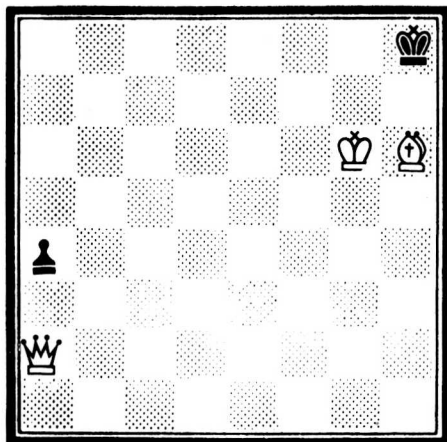
(4)



Quelle pièce manque en b4 ?

Je ne terminerai pas sans vous proposer un problème de l'infâme MORIARTY, l'adversaire le plus dangereux de Sherlock Holmes. Il composait lui aussi des analyses rétrogrades, saurez-vous déjouer ce piège ?

(5)



Ni le Roi blanc, ni la Dame n'ont bougé lors des 5 derniers coups. Trouvez-les ?

Bonne chance à tous, ne regardez pas trop vite les solutions en page 40 de P.A.

*PETIT PHILIDOR*



# LES NEUF FACTEURS...

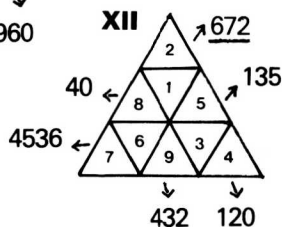
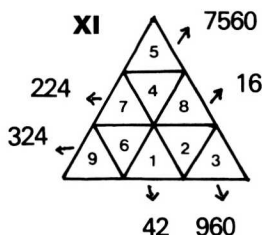
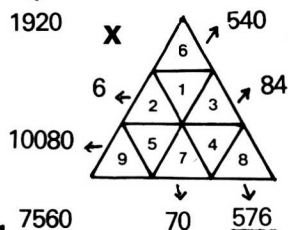
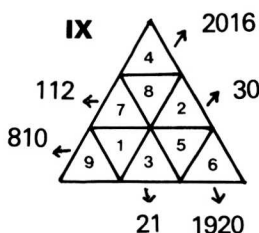
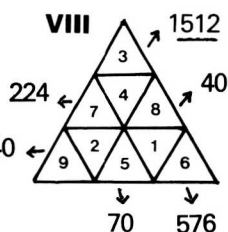
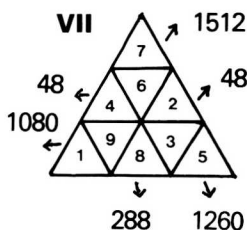
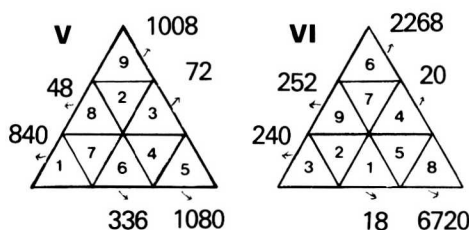
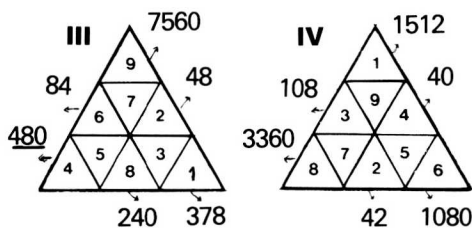
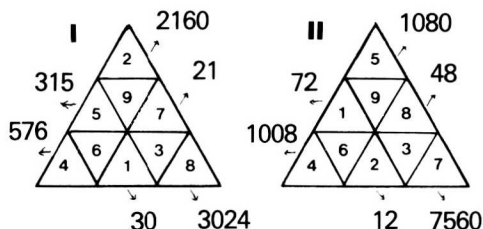
(suite)

Dans les numéros 71-72 et 75-76, j'ai proposé quelques amusements à l'aide d'un triangle équilatéral et des nombres entiers de 1 à 9 : des casse-tête, un peu de calcul et de rapidité ainsi que des questions plus épineuses...

**Leur principe commun était :** *Etant donnés les produits indiqués, effectués dans les directions des flèches, et le triangle vide, retrouver la position initiale des neuf nombres (un par case).*

...De nombreux lecteurs se sont penchés sur ces questions. Certains pour me faire remarquer des erreurs (hé oui, je suis assez distrait...) d'autres pour résoudre certaines questions, d'autres enfin pour essayer de mettre au point un algorithme de résolution avec ou sans machine...

- Tout d'abord les solutions des problèmes de I à XII (les erreurs sont soulignées) :

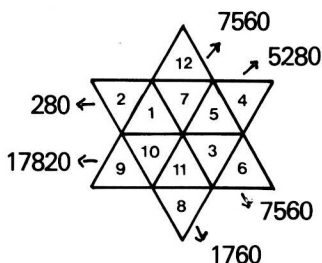


En remerciant Mme Silvine Pahud (lectrice suisse), M. Bernard Keiser (Clamart) et nos collaborateurs André Viricel et Christian Boyer d'avoir bien voulu nous signaler ces quelques erreurs... souhaitons que ce «cherchez



l'erreur» involontaire ne leur ait pas été trop pénible !

• Dans le N° 75-76 le triangle est devenu étoile... (avec douze facteurs !) et je proposais quatre problèmes ; ici je dois signaler que Mme Silviane Pahud a cru trouver une erreur dans le N° IV mais deux interversions (6 et 12 puis 1 et 2) lui faisaient trouver 35640 au lieu de 17820 : elle était pourtant près du but. De son côté M. Keiser a bien trouvé l'erreur cachée dans le N° 1, bravo !



IV

• D'autres questions étaient posées. On considérait les six nombres produits obtenus dans ce genre de **triangle**. On appelait P le produit de ces six nombres, S leur somme, D la différence entre le plus grand et le plus petit des six nombres. Voici ces questions :

**Comment disposer les neuf nombres pour que :**

**1) le produit P soit maximal**

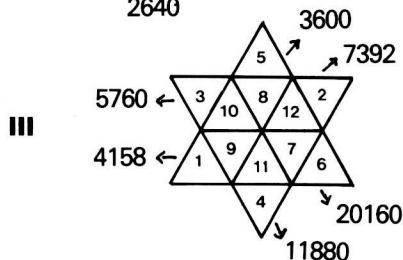
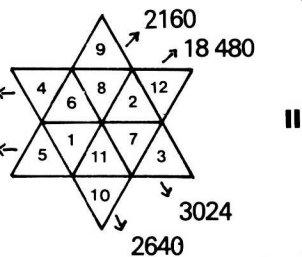
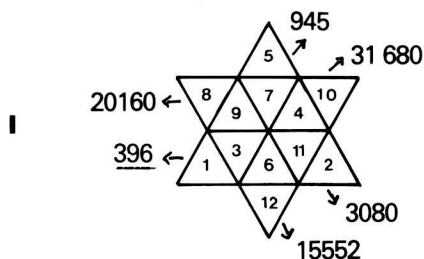
Les lecteurs ont trouvé qu'il suffisait que les plus petits facteurs (1, 2 et 3) soient disposés dans les coins. En effet un nombre ainsi placé ne participe qu'à deux produits alors qu'aux autres places un nombre fait partie de trois produits. Il y a donc beaucoup de dispositions (combien ?) qui donnent :

$P = 1^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 4^3 \times 5^3 \times 6^3 \times 7^3 \times 8^3 \times 9^3$   
nombre considérable (combien de chiffres à ce nombre ?).

**2) Le Produit P soit minimal**

Pour les mêmes raisons il a été trouvé que 7, 8 et 9 devaient être placés dans les coins. Cela donne :

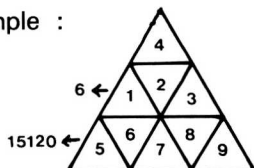
$P = 7^2 \times 8^2 \times 9^2 \times 1^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 4^2 \times 5^2 \times 6^2$



### 3) La différence D soit maximale

Ici encore le problème était simple, le plus petit produit possible étant  $1 \times 2 \times 3 = 6$  et le plus grand  $5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 15120$  ce qui donne  $D = 15114$ .

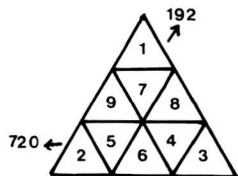
Par exemple :



combien d'autres dispositions ?

### 4) la différence D soit minimale

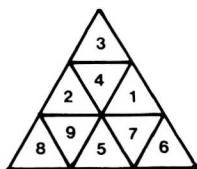
Ici le problème est beaucoup plus délicat ! Voici une solution proposée par M. Keiser et confirmée par Bernard Novelli (Paris) qui donne  $D = 528$ . **Qui dit mieux ? Qui donnera une démonstration ?**



### 5) La Somme S soit maximale

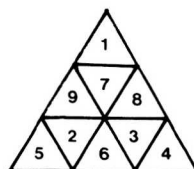
Voici une solution trouvée par beaucoup, dont mes élèves !

qui donne  $S = 17485$



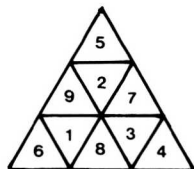
### 6) La somme S soit minimale

Ici M. Keiser nous propose :



qui donne  $S = 2778$

mais, personne n'est parfait (!), je pense avoir trouvé mieux :



qui donne  $S = 2322$ . **Qui dit moins ?**

Ouvrons une parenthèse pour dire que toutes ces réponses ont été trouvées empiriquement ; en particulier pour D et S minimales. Qui nous donnera une démonstration ?

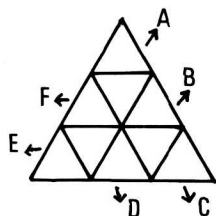
### • QUESTION DE METHODE

• Le but de cet exercice est au départ de faire prendre conscience des différents **critères de divisibilité** (voir P.A. n° page ), de l'utilité des **décompositions en facteurs premiers** et de l'importance de la **logique** (si... alors... mais... donc... d'où...) démarche qui peut très bien se concevoir avec des élèves de 5ème ou de

4ème (voire de 6ème !). Certains raisonnements pouvant prendre appui sur la **non-divisibilité** par un nombre ! Dans cette optique les nombres 5 et 7 seront placés en premier, puis suivront des remarques, des suppositions. C'est une méthode de **tatonnement dirigé**.

- Plusieurs autres méthodes ont été proposées.

- M. Christian Boyer a fabriqué un programme pour résoudre le problème par l'ordinateur. **L'idée force** de ce programme est de nommer chaque ligne-produit (A,B,C,D,E,F par exemple), de faire calculer par l'ordinateur **toutes** les décompositions d'un nombre proposé en trois ou cinq facteurs (selon le cas), puis de faire chercher à la machine des intersections d'ensembles (BnC,...) et d'éliminer les impossibilités... Le problème est justement de savoir si un problème donné admet ou non des solutions multiples !

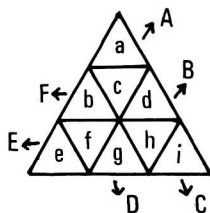


A la main, cette méthode de recherche est longue mais abordable par un élève de 6ème...

- M. Bernard Novelli a mis au point une méthode **plus analytique**. Il remarque tout d'abord que :

$a \times b \times c \times d \times e \times f \times g \times h \times i = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$  et il appelle ce produit  $p$ , on remarque que :

$$\frac{p}{A \times B} = i; \frac{p}{D \times C} = e; \frac{p}{E \times F} = a$$



ce qui détermine avec précision la valeur des nombres placés **aux coins**. On peut alors calculer les produits partiels :

$$bcf = \frac{A}{ae'}, \quad cdh = \frac{C}{ai} \quad \text{et} \quad fgh = \frac{E}{ei}$$

Cela permet de calculer les rapports suivants :

$$\frac{bcf}{f} = \frac{f}{d}, \quad \frac{cdh}{B} = \frac{c}{g} \quad \text{et}$$

$$\frac{fgh}{D} = \frac{h}{b}$$

A cette étape on peut **souvent** conclure

car  $\frac{f}{d}$ ,  $\frac{c}{g}$ ,  $\frac{h}{b}$  sont des fractions

et les chiffres sont en nombre limité (6)...

Si de plus les fractions sont composées d'un numérateur et d'un dénominateur **premiers entre eux** (ou étrangers), le choix est simple : par exemple si on trouve :

$$\frac{f}{d} = \frac{5}{9}, \quad \frac{c}{g} = \frac{3}{7}, \quad \frac{h}{b} = 3$$

on trouvera  $f=5$ ,  $d=9$ ,  $c=3$ ,  $g=7$ ,  
 $h=3$ ,  $b=1$ . Bien sûr tout n'est pas  
 toujours aussi simple car des **fractions**  
**équivalentes** sont possibles :

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} ; \quad \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8} ; \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} ;$$

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} ; \quad \frac{2}{4} = \frac{6}{9} ;$$

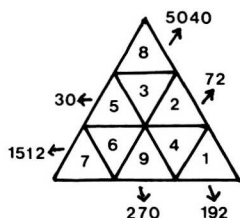
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} ; \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

bonne chance aux élèves de 4ème !

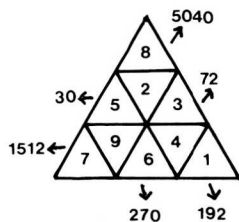
- Les méthodes de Boyer et de Novelli posent avec force la question : **Un problème peut-il avoir des solutions multiples ?**

Tout d'abord montrons un exemple de position qui admet une **position-jumelle** ; c'est-à-dire une position qui donne les mêmes produits aux mêmes places sans que la disposition des nombres soit identique.

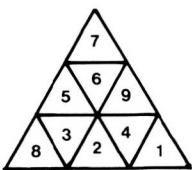
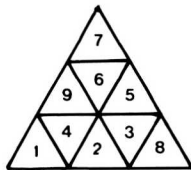
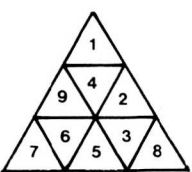
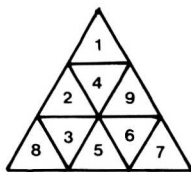
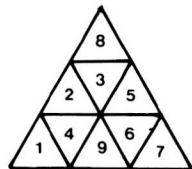
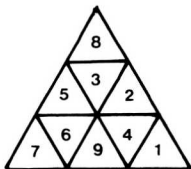
**Exemple :**  
 une position



sa jumelle



Le problème est donc possible, mais **combien** admet-il de solutions ? Pour bien poser la question, précisons que nous compterons comme position **unique** toutes celles qui se déduisent les unes des autres par **isométrie**. Ainsi:



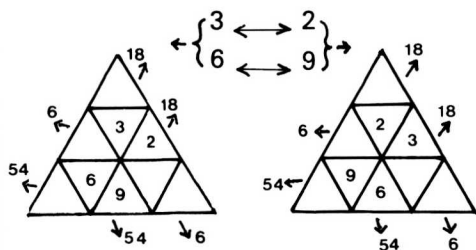
représentent, **pour nous**,  
 la même position.

— des positions jumelles constituent  
**une famille** ; il existe des familles de

plus de deux éléments, cherchez-en !  
(le vocable «jumelle» ne convient alors plus !).

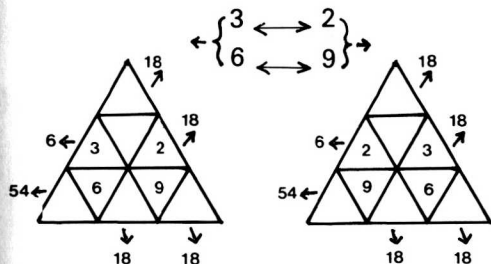
Le problème devient : Combien de **familles** distinctes peut-on construire ? saurez-vous les dénombrer ?

Nous avons, avec Bernard Novelli, trouvé des résultats intéressants. Voici l'un d'eux : La solution montrée en exemple est obtenue à partir des fractions équivalentes  $2/6 = 3/9$  et grâce à la double transposition  $3 \longleftrightarrow 2$ ,  $6 \longleftrightarrow 9$



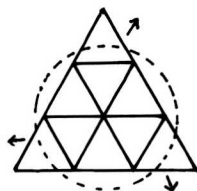
Il est facile de comprendre que sur ce modèle on peut construire  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$  familles (soit 120) mais les fractions équivalentes  $2/6 = 3/9$  peuvent encore servir :

ainsi les modèles :



donnent encore 120 autres familles...  
Il ne reste plus qu'à poursuivre la recherche... nous vous souhaitons bon courage !

• Un autre lecteur, Jean Claude Rosa (de Macon), a proposé les neuf facteurs à des élèves de CM1 et CM2. Ces jeunes partent spontanément à l'aventure, mais peu pensent à utiliser la division ! Puis M. Rosa modifie les données du problème des neuf facteurs et ne donne que **trois «grands» pro-**



**duits et le produit des sommets** (voir figure) et se pose la question : le nombre d'informations données est-il suffisant pour retrouver la position choisie ? Plusieurs réponses sont-elles valables ?

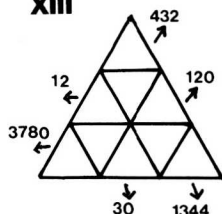
— Il semble, après l'étude de la question précédente, qu'il existe beaucoup plus de positions «litigieuses» que pour les neuf facteurs !

Une question : **Comment faut-il alors disposer les nombres pour que la solution soit unique ?** une affaire à suivre...

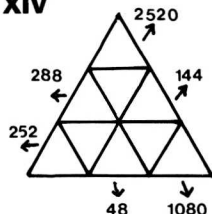


• Et maintenant pour vous reposer je vous propose quelques problèmes de neuf facteurs à solution unique où j'espère aucune erreur ne s'est glissée !

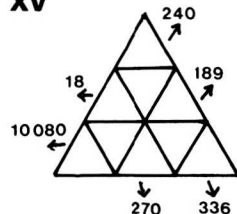
**XIII**



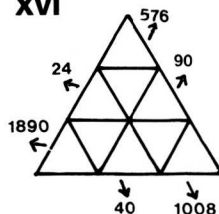
**XIV**



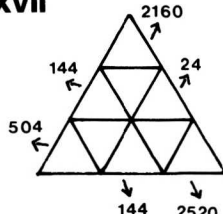
**XV**



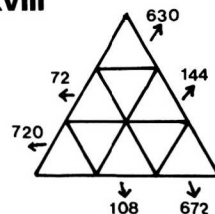
**XVI**



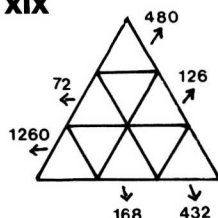
**XVII**



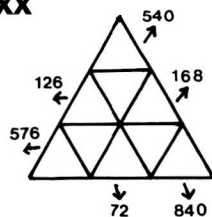
**XVIII**



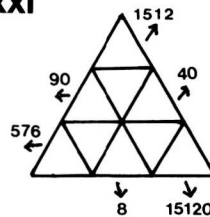
**XIX**



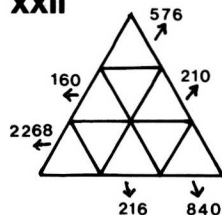
**XX**



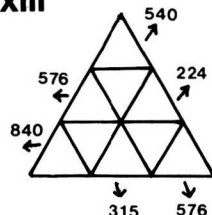
**XXI**



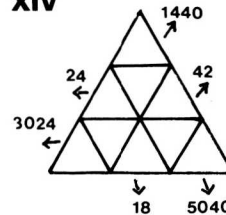
**XXII**



**XXIII**



**XIV**



Nous attendons impatiemment vos réponses, remarques, prolongements, etc... Pour toute correspondance :

P.A.  
Francis GUTMACHER  
Les neuf facteurs  
61, rue Saint Fuscien  
80000 AMIENS

# LES OPÉRATIONS CROISÉES

Arithméticiens en herbe,  
à vos calculettes  
(ou à vos bouliers) !

Dans chaque problème qui va suivre **neuf nombres** sont disposés de telle sorte qu'ils vérifient **six opérations**. Ces nombres sont de un, deux ou trois chiffres (chiffres sous entendus par des cases), **il s'agit de retrouver les neuf nombres utilisés**, à l'aide de quelques, mais précieuses, indications ! Notons bien que les opérations sont disposées horizontalement (trois) et verticalement (trois).

Pour commencer voici les deux problèmes proposés aux olympiades, le premier pour les jeunes, le second pour les plus âgés :

1

$$\begin{array}{r} \boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} - \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ : \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \times \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{6} \boxed{0} \boxed{8} \\ \hline \boxed{2} \boxed{5} + \boxed{\phantom{0}} \boxed{3} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} \boxed{6} \boxed{4} \boxed{6} : \boxed{\phantom{0}} \boxed{9} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ - \quad \times \quad + \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} - \boxed{\phantom{0}} \boxed{6} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{4} \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}} \boxed{8} \boxed{\phantom{0}} - \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{0} \end{array}$$

Voici un nouveau moyen intelligent de meubler vos longues soirées d'hiver...

L'idée appartient sans doute à un professeur de R.D.A. qui a proposé ce genre de question à des olympiades de mathématiques pour jeunes... qu'il en soit remercié.

M'étant, tout comme vous je pense, piqué au jeu, j'ai décidé d'en construire : voici quelques problèmes semblables par ordre de difficulté :

3

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} - \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{2} \boxed{\phantom{0}} \\ : \quad + \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \times \boxed{1} \boxed{3} = \boxed{1} \boxed{9} \boxed{5} \\ \hline \boxed{4} \boxed{\phantom{0}} + \boxed{1} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{9} \end{array}$$

4

$$\begin{array}{r} \boxed{3} \boxed{1} \boxed{9} : \boxed{1} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ - \quad \times \quad + \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} - \boxed{\phantom{0}} \boxed{1} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}} \boxed{2} \boxed{\phantom{0}} - \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{8} \end{array}$$

5

$$\begin{array}{r} \boxed{9} \boxed{1} \boxed{8} : \boxed{\phantom{0}} \boxed{7} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ - \quad \times \quad + \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} - \boxed{3} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{2} \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{7} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} - \boxed{\phantom{0}} \boxed{7} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{8} \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

6

$$\begin{array}{rcl}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & 9 & 9 \\ \hline \end{array} & - & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \\
 : & & + \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline & 7 \\ \hline \end{array} & \times & \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Vous avez trouvé ? Bravo ! Il n'y a pas que la chance qui intervient, n'est ce pas ?

## LES ECHECS SOLUTIONS

Dans le problème (1), le Fou blanc qui donne Echec a bien été promu mais le pion ne venait pas de h7 mais de g7 ! Le dernier coup blanc a été g7 x h8 (par exemple une tour noire) = F mat. Cette pièce noire permet de répondre à toutes les questions qui se posent sur les coups précédents.

Pour trouver la couleur du pion g3, il est possible de raisonner ainsi : le roi blanc en b4 n'a pu parcourir que des cases noires (échecs monochromatiques) il a donc roqué et du côté roi sans cela la tour a1 aurait changé de couleur. Le roi blanc est donc sorti par g1 - h2 - g3 - f4, etc... Le pion g3 est donc noir il ne peut venir de h2 !!

La question (3) sur le fou e3 ou e4 est relativement plus facile à résoudre. Posez-vous la question qui a pu prendre la dernière pièce noire sur case noire ? Ni le roi blanc ni les pions : ils n'ont pas bougé ! Ce doit donc être le fou. Le fou est donc sur cases noires, il est en e3.

Et si vous nous en posiez, pourquoi pas ? A propos, avez-vous réfléchi à la **construction** de tels problèmes ? Si non c'est le moment. Envoyez votre courrier, réponses ou nouveaux problèmes à :

Francis GUTMACHER

P.A. «opérations croisées»

61, rue Saint Fuscien

80000 AMIENS

La pièce manquante avait été cachée par un «charmant» garnement et malgré les recherches entreprises, personne sauf Sherlock —et vous— n'avait pu déterminer sa nature.

La pièce manquante était un Fou blanc : Voici le résumé du raisonnement. Le dernier coup blanc a été : c7 x d8 = T + . La pièce noire en d8 n'étant ni une Tour ni la Dame, cela prouve que les noirs ont promu un pion en Cavalier ou en Fou. La pièce manquante est donc blanche. Ce n'est pas un pion, puisque le seul pion blanc manquant est devenu la Tour d8. Le pion noir promu venait de h7 et a capturé exactement une pièce blanche avant de se promouvoir en g1. La prise a eu lieu en g2. Les noirs ont capturé les 5 pièces blanches manquantes sur des cases blanches la pièce sur case noire h4 est donc le fou (qui est absent de l'échiquier et qui n'a pu être pris !). Pas si élémentaire docteur Watson.

Le problème de Moriarty est beaucoup plus facile. Les coups précédents sont : 1) d6 rh8 / 2) d7 a6 / 3) d8 = F a5 4) fg5 a4 / 5) fh6.

# LOUPS, MOUTONS ET SERPENTS

Il y a dans un pré un nombre de moutons et un matin chaque loup mange un pènt mange un loup ; chaque serpent. Le soir du quinzième pour tout un mouton. On maux de chaque espèce il mier jour.

certain nombre de loups, un certain certain nombre de serpents. Chaque mouton ; chaque midi chaque ser-soir chaque mouton mange un jour, il reste en tout et demande combien d'ani-y avait au matin du pre-



Algia ZIOUZIYOU - 5<sup>e</sup> G  
Collège Sagebien Amiens

## LE CAPITAINE QUI LOUCHE

Il est face à un rang de trois soldats ;  
il s'adresse au premier :

— « Quel est votre nom ? »

Le second qui se croit concerné

— « André Myx, mon capitaine ».

Le capitaine qui se tourne vers l'in-

trus en regardant... le suivant !

— « Mais, je ne vous ai rien demandé !! »

Et le troisième qui répond :

— « Mais, je n'ai rien dit mon capitaine ! »

*Christian GANEL*

# LES PB du PA

M. Raymond, de Carignan, s'est intéressé à la suite de Fibonacci et vous en propose une généralisation.

**PB 138** - soit la suite :

$u_1 = 1, u_2 = 1, u_3 = 1, u_4 = 3, u_5 = 5, u_6 = 9, u_7 = 17, \dots$  où chaque terme est la somme des **trois** précédents.

Que dire du rapport  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  lorsque  $n$  devient très grand ?

M. Chavard, de Villeneuve, vous demande à son tour :

**PB 139** - On prend dix points au hasard sur un cercle. Quelle est la probabilité pour qu'ils soient tous situés sur un même demi-cercle ?

Et pour ma part, je vous parle encore d'Arithmétique.

**PB 140** - Un triangle n'est pas carré mais un nombre triangulaire peut être carré : peut-on trouver tous les nombres qui sont triangulaires et carrés à la fois ?

# DES SOLUTIONS

**PB 133, PA 75-76, p. 44** (partie entière d'une somme)

Considérez la somme :

$$S = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{9999}} + \frac{1}{\sqrt{10000}}$$

Quelle est la partie entière de  $S$  ?

Un bon réflexe à acquérir, lorsque l'on vous demande d'évaluer une somme de la forme :

$$S_n = \sum_{k=1}^n f(k)$$

c'est de la comparer à l'intégrale :

$$I_n = \int_1^n f(x) dx$$

Si la fonction  $f$  est décroissante, nous voyons sur la figure 1 que l'on a :

$$f(2) + f(3) + \dots + f(n) < \int_1^n f(x) dx < f(1) + f(2) + \dots + f(n-1),$$

$$f(1) + f(2) + \dots + f(n-1),$$

$$\text{soit : } S_n - f(1) < I_n < S_n - f(n), \text{ ou encore : } I_n + f(n) < S_n < I_n + f(1)$$



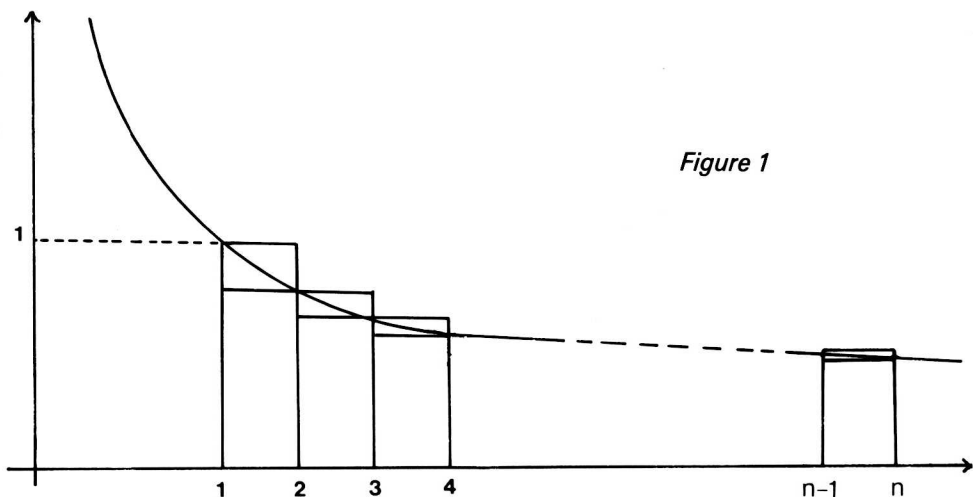


Figure 1

Dans le cas qui nous occupe, nous prenons :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

d'où :

$$I_n = \int_1^n \frac{dx}{\sqrt{x}} = [2\sqrt{x}]_1^n = 2\sqrt{n} - 2, \text{ et par}$$

suite :

$$2\sqrt{n} - 2 + \frac{1}{\sqrt{n}} < S_n < 2\sqrt{n} - 1$$

Si l'entier  $n$  est un carré, soit  $n = m^2$ , nous obtenons :

$$2m - 2 + \frac{1}{m} < S_n < 2m - 1, \text{ d'où il res-}$$

sort que la partie entière de  $S_n$  est  $2m - 2$ , soit  $2\sqrt{n} - 2$ . Pour  $n = 10\,000$ , la réponse est donc  $200 - 2 = \underline{198}$ .

MM. Raymond et Vidiani ont donné cette solution. M. Excoffier,

de St Michel de Maurienne, précise même que l'encadrement trouvé ci-dessus fournit la partie entière de  $S_n$  lorsque  $n$  est un carré, ou est de la forme  $m^2 + m$ , et seulement dans ces deux cas.

Philippe Bourcier, bachelier de Metz, a d'abord cherché une relation de récurrence concernant cette somme, relation du type :

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}. \text{ N'y arrivant}$$

pas, il a calculé  $S_{10000}$  sur micro-ordinateur et calculatrice de poche, ce qui a pris 1h57 mn. Si j'avais posé la question pour  $n = 10^{10}$ , quel temps aurait-il fallu ? Alors que la formule ci-dessus donne la réponse : 199 998.

Moralité : il est temps que notre enseignement mathématique secondaire mette en pleine lumière tout l'intérêt

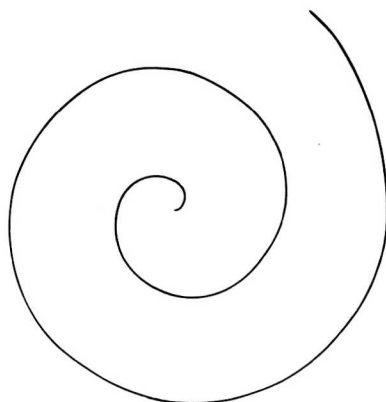
qu'il y a à **majorer, minorer, encadrer** des résultats que l'on ne peut obtenir exactement. Par exemple, l'encadrement trouvé ci-dessus pour  $S_n$ , même lorsqu'il laisse un doute sur la partie entière de  $S_n$ , suffit à prouver que  $S_n$  tend vers  $+\infty$  avec  $n$ , et même que  $S_n$  est un infiniment grand équivalent à  $2\sqrt{n}$ , c'est-à-dire que le quotient  $\frac{S_n}{2\sqrt{n}}$  tend vers 1 : cela n'est pas rien...

**PB 134, PA 75-76, p. 44 (sillon de disque)**

**PB 134** - Sur un disque d'enregistrement musical, le sillon est situé dans une couronne circulaire de rayons  $r = 6,5$  cm et  $R = 14,5$  cm. Ce disque tourne à  $33 \frac{1}{3}$  tours par minute et dure 22 minutes.

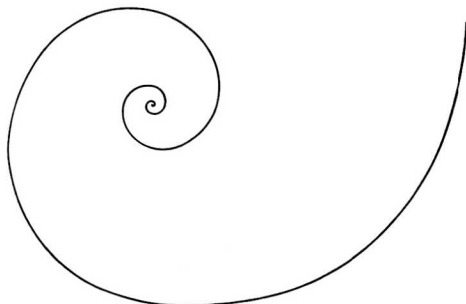
Quelle est la longueur du sillon ?

Un sillon de disque est une spirale dont les spires sont équidistantes. Lorsque l'on fait un tour complet sur cette spirale, la distance  $p$  au centre  $O$  (ou rayon vecteur) augmente d'une constante (voir figure 2). Pour un axe polaire convenablement choisi ; l'équation de cette courbe est :  $p = a\theta$ . C'est une **spirale d'Archimède**.



*Figure 2*  
*Spirale d'Archimède*  
*(Revue du Palais de la Découverte*  
*«Courbes Mathématiques»)*

Remarquons qu'il ne s'agit pas de la spirale logarithmique, dont nous avons parlé dans le PA 75-76, p. 46, et qui est celle de l'escargot (figure 3). Dans cette dernière, le rayon vecteur est **multiplié** par une constante lorsque l'on fait un tour complet sur la courbe.



*Figure 3*  
*Spirale logarithmique*  
*(Revue du palais de la Découverte*  
*«Courbes mathématiques»)*

M. Raymond, de Carignan, et M. Excoffier, de Saint-Michel-de-Maurienne, nous donnent la méthode de calcul de la longueur  $l$  de notre spirale d'Archimède  $r = a\theta$  entre les valeurs  $\alpha$  et  $\beta$  de l'angle polaire :

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} a\sqrt{1+\theta^2} d\theta$$

Remarquons que l'on obtient le même type d'intégrale lorsque l'on veut calculer la longueur d'un arc de **parabole**, de sorte qu'un arc de spirale et un arc de parabole « associée » ont même longueur.

C'est Pascal qui a observé le premier cette parenté entre ces deux courbes, ce qui représente un joli tour de force à une époque où l'Analyse Infinitésimale n'existait pas (voir : Pascal, œuvres complètes, Bibliothèque de la Pléiade, NRF, pp. 313-327). Plus exactement, ces travaux de Pascal sur les courbes annoncent la naissance du calcul différentiel et intégral : ils ont été une grande source d'inspiration pour Leibniz, l'un des fondateurs de cette discipline.

Mais revenons à notre intégrale. Une primitive de la fonction :

$$f(\theta) = a\sqrt{1+\theta^2} \text{ est :}$$

$$F(\theta) = a/2[\theta\sqrt{1+\theta^2} + \text{Log}(\theta + \sqrt{1+\theta^2})]$$

De sorte que la longueur cherchée vaut :  $l = F(\beta) - F(\alpha)$ . La valeur numérique des paramètres  $a, \alpha, \beta$  découle

des données de l'énoncé. Le nombre de tours que fait le disque quand il passe en entier est :

$$n = (33 + 1/3) \times 22 = 2200/3 \approx 733,33.$$

D'où :

$$\beta - \alpha = 2n\pi = \frac{4400\pi}{3} \approx 4607,669226$$

(en radians). De plus, l'équation de notre spirale,  $p = a\theta$ , nous donne :  $R = a\alpha = 6,5$  et  $R = a\beta = 14,5$ . On en déduit :

$$a = \frac{R-r}{\beta-\alpha} = \frac{R-r}{2\pi n} \approx 1,7362357 \cdot 10^{-3}, \text{ puis :}$$

$$\beta - \alpha = 2\pi n$$

$$\alpha = \frac{r}{a} = \frac{2\pi n R}{R-r} \approx 3743,731247, \text{ et enfin}$$

$$\beta = \frac{R}{a} = \frac{2\pi n R n}{R-r} \approx 8531,400475. \text{ On ob-}$$

tient ainsi  $F(\alpha)$ ,  $F(\beta)$  et leur différence qui est la longueur cherchée :  $l = 48380,5274$  cm, soit à peu près : **483,805 m.**

Bien compliqué, direz-vous. Nos lecteurs ont trouvé aussi des méthodes approchées. On peut assimiler notre spirale à  $n$  cercles concentriques dont les rayons sont en progression arithmétique. La longueur totale vaudra à peu près  $n$  fois la circonférence moyenne, soit :  $n\pi(R+r) \approx 48380,5269$  cm. Comme vous le voyez, cette valeur, obtenue bien plus simplement que la précédente, en constitue une approximation bien suffisante !

M. Raymond donne une explication mathématique de cette rencontre entre deux formules d'origines si dif-

férentes. Il remarque que les valeurs  $\alpha$  et  $\beta$  de la variable  $\theta$  sont «grandes», de sorte que l'on peut remplacer  $\sqrt{1+\theta^2}$  par  $\theta$ . On obtient ainsi :

$F(\theta) \approx a/2[\theta^2 + \text{Log}2\theta]$ . Et après calcul de  $F(\beta)-F(\alpha)$  :

$$I \approx n \pi (R+r) + \frac{R-r}{4n\pi} \text{Log} \frac{R}{r}$$

On voit ainsi apparaître un terme correctif qui donne une idée de la précision de l'approximation. Un développement limité (ou un développement en série) fournirait d'autres termes, à l'évidence bien inutiles.

Signalons pour finir que la méthode utilisée ici convient également au problème suivant, posé au Rallye Mathématique d'Alsace en 1975 :

«Une usine textile stocke la moquette par rouleaux. Les bandes de moquette sont enroulées sur des cylindres en bois de 20 cm de diamètre. L'épaisseur de la moquette est de 1 cm. Donner (en cm) un encadrement de la longueur d'une bande de moquette pour que le rayon du rouleau correspondant

soit 50 cm à 0,5 cm près : on indique la l'erreur maximum que l'on peut se permettre en mesurant la longueur de la bande».

Moralité : attention, un problème peut en cacher un autre !

## DU COURRIER

J'ai reçu d'importantes contributions de plusieurs lecteurs : le temps me manque pour en rendre compte ici et je vous donne rendez-vous dans le prochain PA. Mais je veux déjà les remercier tous et demander à tous ceux que cette rubrique intéresse, de continuer à adresser des solutions, des critiques et des suggestions d'énoncés, **surtout des énoncés**, à mon adresse :

M. CUCULIERE Roger  
Professeur de mathématiques  
Lycée Carnot  
145 Bld. Malesherbes  
75017 PARIS

---

**Pour mieux connaître le nombre PI ?**  
**...«Achetez le numéro SPECIAL PI !».**

---

**RAPPEL :** Ce numéro termine votre abonnement. Alors, vite voyez la dernière page (prix inchangés) et prenez de

suite votre abonnement ! PA fera comme son célèbre ancêtre (le facteur X), peut être, ses CENTS NUMEROS. Vous y pouvez beaucoup... au moins en le faisant connaître et en «provoquant» d'autres abonnements !



De l'arbre de Leonardo da Vinci  
à la théorie de la dimension

Simeon Denis Poisson  
et ses applications

Le grand télescope optique  
Canada - France - Hawaii



VOL. 12 N° 81 (X) OCTOBRE 1981 10 F

**vous intéresse !**

**Vous y trouverez :**

- **une chronique d'actualité scientifique** par Fernand Lot ;
- le texte des **conférences** du samedi du Palais de la Découverte par exemple : « la télédétection, son évolution récente et dans un proche avenir », par J. Denègre ;
- des articles sur les exposés, expériences, expositions ;
- des informations sur l'activité des clubs de jeunes, des camps scientifiques de vacances, la Société des Amis du Palais de la Découverte et ses avantages ;
- des notes de lecture...
- des suggestions de visite au Palais de la Découverte (exposés, expériences, expositions, conférences, planétarium, cinéma, initiation à la science...) et dans les musées ;

**Vous bénéficierez de :**

- **numéros spéciaux sur des sujets divers, par exemple :**
  - Découverte de l'Univers, — Les bases scientifiques de l'amélioration des ressources alimentaires,
  - Initiation à la diététique, — Laennec
  - Albert Einstein,
  - La conquête de l'espace.

## BULLETIN D'ABONNEMENT

PA 82

NOM \_\_\_\_\_ PRENOM \_\_\_\_\_

ADRESSE \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ PROFESSION \_\_\_\_\_

10 numéros mensuels plus 1 ou 2 numéros spéciaux ; France 90 F. Etranger 110 F.  
abonnement de soutien 150 F. Règlement par chèque bancaire ou postal (3 volets)  
à l'ordre du PALAIS DE LA DECOUVERTE - Avenue Franklin-D.-Roosevelt - 75008 Paris.

# LE PETIT ARCHIMÈDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique  
10 numéros par an

## ABONNEMENT 1981 (nouveau tarif)

Abonnement de Soutien : 100F

Abonnement de Bienfaiteur : 500F

Abonnement ordinaire : 50 F

Abonnements groupés (minimum 10) : 35 F

(Ils peuvent être servis à une ou plusieurs adresses)

☐ (1)

☐ (1)

☐ (1)

☐ (2)

MAJORATION POUR TOUT ENVOI HORS EUROPE  
ou PAR AVION (le préciser) de 50 %

Toutes les collections anciennes sont disponibles :

N° 1 à 10, 11 à 20, 21 à 30, 31 à 40, 41 à 50, 51 à 60 : 35F

Prix de vente au n° : 8F

la collection 61 à 70 : 50 F ; 71 à 80 : 50 F

## PRODUCTIONS SPECIALES

Le nouveau calendrier perpétuel : 50 F le paquet de cinquante

☐ (3)

Affiches (5 affiches : 15 F) (10 affiches : 25 F)

☐ (2)

N° Spécial PA Sp1 (index général PA1 à PA50) : 5 F

☐ (1)

N° Spécial Pi : 75 F - A partir de 4 exemplaires : 70 F l'unité

A partir de 10 exemplaires : 60 F l'unité

☐ (2)

NOM :

Prénom :

Adresse d'expédition :

Code Postal :

Ville :

Bureau distributeur :

Cette demande est à adresser exclusivement à :

**ADCS - Abonnement - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS**

*Joindre chèque ou mandat à l'ordre de :*

ADCS CCP 4736 63 W LILLE

(1) cocher les cases utiles

(2) Nombre d'exemplaires

(3) Nombre de paquets de cinquante cartes postales

LES ETABLISSEMENTS SCOLAIRES  
PEUVENT-ILS ÉVITER LES DEMANDES DE  
FACTURE ? MERCI

Adresser toute correspondance à :

Y. ROUSSEL - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Revue éditée par l'A.D.C.S. - Le Directeur de la publication J.C. HERZ

IMPRIMERIE I & RG AMIENS Tél. 92.60.16